educação gráfica

ISSN 2179-7374

Ano 2013 - V.17 – N0. 03

O PENSAMENTO PECULIAR DA GEOMETRIA DESCRITIVA

Danusa Chini Gani[1]

Resumo

Neste artigo, destacamos um pensamento peculiar da geometria descritiva de Monge, que combina a geometria espacial com a sua representação. O suporte em que esta é representada é plano, a folha de papel. A técnica utilizada é a da projeção ortogonal em dois planos perpendiculares entre si e o rebatimento de um dos planos sobre o outro, a épura. Desta forma, Monge organiza um conteúdo disciplinar de geometria espacial para ser representado em épura. Argumentamos que este modo de expor a geometria difere da maneira como esta é, tradicionalmente, apresentada nos livros didáticos de matemática em que pouca, ou mesmo nenhuma atenção é dispensada ao desenho das considerações geométricas. Tendo como fundamento a ambiguidade de interpretação de uma imagem em perspectiva, discutimos a adequação dos conceitos descritos por Monge aos meios digitais de modelagem 3D. A proposta não é de utilizar a computação gráfica para melhor entender os procedimentos da disciplina mongeana, mas exatamente o contrário: compreender o seu espírito descritivo para aplicá-lo na representação visual gráfica dos novos aparatos computacionais.

Palavras-chave: geometria espacial; descritiva; representação gráfica; computação gráfica.

Abstract

In this article, we highlight a peculiar thought of Monge's descriptive geometry, which combines the spatial geometry with its representation. The support on which it is shown is flat, the sheet of paper. The technique used is the orthogonal projection in two mutually perpendicular planes and the revolving of one plane to coincide to the other, the epura. Thus, Monge organizes a disciplinary content of spatial geometry to be represented in epura. We argue that this way of exposing the geometry differs from the way this is traditionally presented in textbooks of mathematics in which little, if any attention is paid to the design of geometrical considerations. Taking as a basis the ambiguity of interpretation of an image in perspective, we discuss the suitability of the concepts described by Monge to 3D modeling digital media. The proposal is not to use computer graphics to better understand the procedures of mongean discipline, but exactly the opposite: understanding its descriptive aspect to apply it in visual/graphical representation of new computing devices.

Keywords: spatial geometry; descriptive; graphic representation; computer graphics.

[1] Professora Mestre , Departamento de Técnicas de Representação, BAR / EBA - UFRJ, dcgani@ufrj.br

1. Introdução

> (...) cada superfície curva pode ser gerada de um número infinito de diferentes maneiras e dependerá da destreza e da sagacidade, daquele que executa a operação, escolher, entre todas as gerações possíveis, aquela que emprega a curva mais simples e que exige as considerações menos penosas. (MONGE, 1989, p. 20. tradução livre)

As aulas proferidas por Gaspard Monge[1] na École normale de l'an 3, que foram estenografadas e publicadas com sua aprovação, traduzem um pensamento peculiar em relação à geometria espacial. Seu modo de compreender o espaço tridimensional o conduziu a estabelecer métodos de resolução de problemas que passou a ensinar sob o título de geometria descritiva, por seu caráter descritivo. O professor tinha a convicção de que o conteúdo teórico adquirido deveria servir às soluções dos problemas práticos de construção e de representação das diversas obras, qualquer que fosse a técnica empregada (carpintaria, corte de pedras, e outras). Para tal, valorizava a prática de numerosos exercícios contanto que o praticante jamais perdesse de vista o objetivo de seu esforço. O ensino subsequente da disciplina, ao longo dos anos, tendeu à estagnação de procedimentos específicos para determinadas técnicas e sua parte teórica redundou em se separar da prática, sem acompanhar devidamente a evolução tecnológica[2].

À época de Monge, o recurso de representação (tecnologia ou suporte) disponível era, essencialmente, o papel e os instrumentos tradicionais de desenho, a saber, a régua e o compasso. Foi, portanto, para estes aparatos que desenvolveu um método de representação gráfica que, frente às técnicas computacionais, parece não ter mais qualquer serventia. No entanto, argumentamos que a geometria descritiva manifesta uma concepção espacial que independe do meio em que é representada. Não se trata, unicamente, de um conhecimento da geometria a três dimensões, mas, sobretudo, de uma maneira profícua de compreender e de representar a forma em sua percepção concreta, atributos que consideramos cruciais aos profissionais da arquitetura e das artes em geral.

Neste artigo, apresentamos esse aspecto da geometria mongeana que acreditamos ultrapassar as questões da tecnologia. Inicialmente, falaremos da representação gráfica do espaço tridimensional, obtida por intermédio de projeções, buscando ressaltar tópicos que não costumam ser considerados nos livros que tratam do assunto e que são necessários para a compreensão da nossa temática. Procuramos, no entanto, simplificar o uso de termos específicos generalizando algumas ideias e conceitos, pois não é nosso intuito discorrer sobre os processos projetivos; nossa meta está nos resultados obtidos por intermédio de tais procedimentos.

Em seguida, tratamos da representação gráfica no ensino da geometria espacial. Selecionamos um consagrado livro didático de matemática para destacar a maneira como essa geometria é graficamente ilustrada a fim de que o estudante

[1] Gaspard Monge (1746/1818), matemático francês, participou da criação da Ecole Polytechnique em que introduziu o estudo da geometria descritiva, por ele desenvolvida.

[2] Sobre esse argumento ver a tese de mestrado da autora "As lições de Gaspard Monge e o ensino subsequente da geometria descritiva". (GANI, 2004)

compreenda a situação exposta. Confrontamos, então, com o mesmo tópico enunciado no livro de Monge na expectativa de esclarecer, ao nosso leitor, o pensamento peculiar ao qual nos referimos no título deste artigo.

Complementando o ensaio, salientamos a reflexão de que a geometria é o fundamento da sua própria representação e relacionamos três etapas essenciais a este ciclo vicioso de compreensão/representação/compreensão do espaço/forma tridimensional.

O texto aqui exposto é parte da tese de doutorado que estamos desenvolvendo com o objetivo de resgatar os conceitos geométricos pertinentes ao ensino, na arquitetura e nas artes plásticas em geral e está integrado à pesquisa, no âmbito do Programa de Pós-graduação em Arquitetura – PROARQ/FAU, intitulada A Educação do Olhar: apreensão dos atributos geométricos da forma dos lugares, que introduz a educação do olhar como estratégia de compreensão das formas, caracterizando-as pela volumetria do espaço físico existente.

2. A Representação Gráfica da Geometria 3D

2.1. Sistemas Projetivos de Representação

> "Uma representação é feita com uma finalidade ou objetivo em mente, regida por critérios de adequação relativos a esse objetivo, que orientam os seus meios, suportes e decisões." (VAN FRAASSEN, 2008, p.1; tradução livre)

Neste ensaio iremos considerar a representação gráfica do espaço tridimensional em um suporte plano. Contemplaremos, exclusivamente, os desenhos padronizados por intermédio da geometria e que pretendem reproduzir uma imagem ideal do objeto representado. Não serão levados em conta, portanto, as configurações que resultam da observação direta em que o autor se posiciona diante do modelo e procura imitá-lo com base no que vê nem, tampouco, os desenhos que provêm de interpretações subjetivas, com ou sem observação direta. Excluímos, igualmente, outros artifícios de representação que não tenham por objetivo a imitação da forma espacial tais como diagramas e gráficos.

Chamamos imagem ideal àquela que reproduz o objeto, ou a situação espacial, com total fidelidade nas proporções entre suas respectivas dimensões lineares e angulares. Admitimos, porém, que por se tratar da representação plana de um modelo espacial este ideal jamais será atingido, uma vez que há a supressão de uma dimensão na passagem do objeto ao suporte de representação. Teremos, ao invés, figuras planas que nos remetem ao modelo tridimensional: as imagens abaixo são representações planas de um cubo (Figura 1).

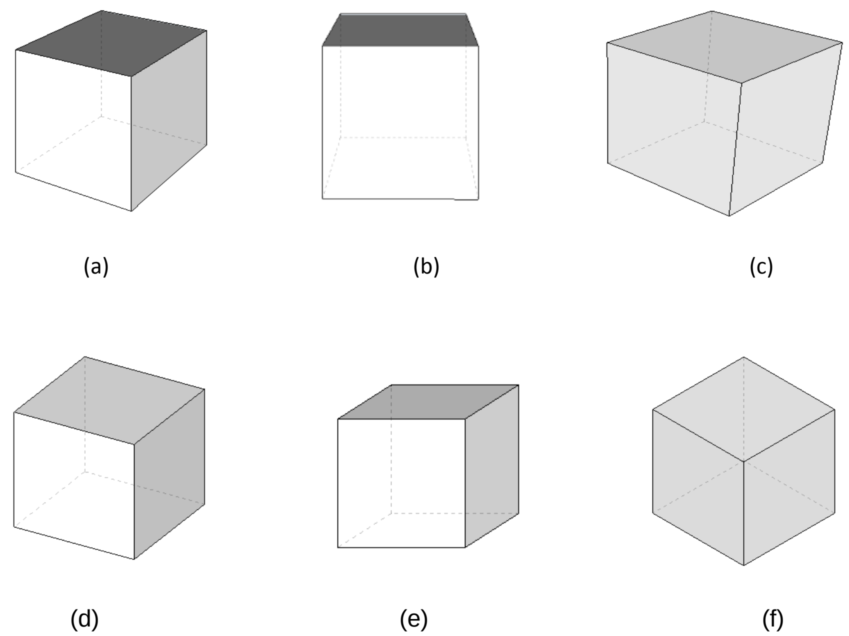
O cubo, ou hexaedro regular, é um poliedro constituído por seis faces quadradas, portanto, iguais e ângulos sólidos[3] congruentes. Ao observarmos mais

[3] O ângulo sólido é formado por mais de dois planos, tendo um vértice (ponto) comum. No caso do hexaedro regular, todos os seus ângulos sólidos são iguais, formados, cada um, por três faces que têm um ponto (vértice) comum.

ISSN 2179-7374
Ano 2013 – V. 17 – N°. 03

atentamente as imagens acima iremos constatar que apenas as figuras (b) e (e) apresentam algumas de suas faces quadradas, (duas para sermos precisos): a face que entendemos estar mais à frente e a outra, oposta a esta. Olhando, ainda, com mais cuidado, notamos que no cubo desenhado em (b) a face posterior é um quadrado menor que o da face anterior enquanto que no cubo (e) elas têm o mesmo tamanho. Nas demais representações, as faces do cubo adquirem todas as possíveis classes de quadriláteros; há paralelogramos em (d), (e) e (f), trapézios em (a) e (b) e quadriláteros genéricos em (a) e (c)[4] . Entretanto, quando olhamos para cada um desses desenhos, interpretamos todas as faces como sendo quadradas e congruentes. É curioso observar a expressão de surpresa de alguns ao verem destacadas as faces que acreditavam estarem desenhadas como quadrados (Figura 2).

Figura 1: Representações Planas de um Cubo

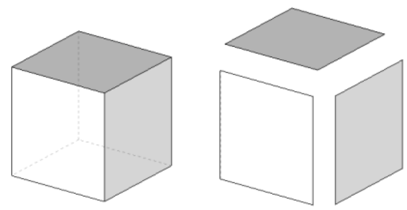


Fonte: a autora

Figura 2: Desenho de um Cubo e o Destaque de Três de suas Faces

[4] Nos paralelogramos os lados opostos são paralelos e iguais e os trapézios possuem apenas um par de lados paralelos; denominamos genéricos aqueles que não têm qualquer propriedade particular.

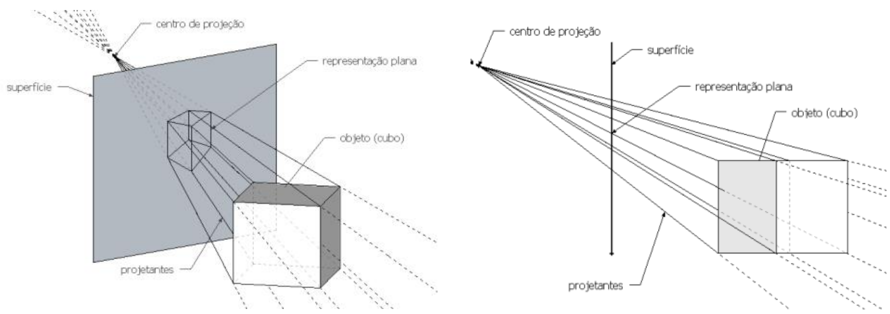
ISSN 2179-7374
Ano 2013 – V. 17 – Nº. 03



Fonte: a autora

As diversas imagens da Figura 1 são resultantes de um processo que consiste, essencialmente, em projetar o objeto e interceptar essa projeção por uma superfície, no caso, plana (Figura 3).

Figura 3: Sistema Projetivo de Representação



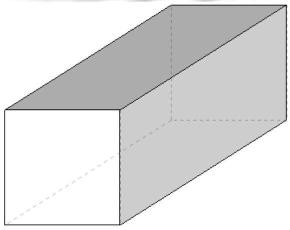
Fonte: a autora

Possíveis variações nas posições relativas entre o centro de projeção, a superfície e o objeto causam as diferentes imagens da figura 1. As três primeiras - (a),(b) e (c) – foram geradas considerando-se o centro de projeção a uma distância finita do objeto (sistema cônico de projeção) enquanto que as três seguintes resultam do sistema cilíndrico, em que o centro de projeção se encontra infinitamente distante. Em termos geométricos, a projeção (representação plana) é o resultado das interseções de linhas retas (projetantes) com um plano (superfície) sendo que as retas partem de um ponto (centro de projeção) e seguem para cada ponto do objeto a ser representado. O processo é matemático e preciso, uma vez que os parâmetros - posição do centro de projeção, inclinação da superfície e posição do objeto - estiverem determinados.

A escolha dos parâmetros de projeção é uma decisão importante, pois alguns resultados podem reverter em situações estranhas ao objetivo almejado. Por exemplo, admitimos que as seis imagens da Figura 1 representam, satisfatoriamente, um cubo; mas, o que dizer da imagem a seguir? Muito embora possa ser a projeção de um cubo, a Figura 4 não traduz a ideia de um poliedro regular!

Figura 4: Projeção Cilíndrica Oblíqua de um Cubo

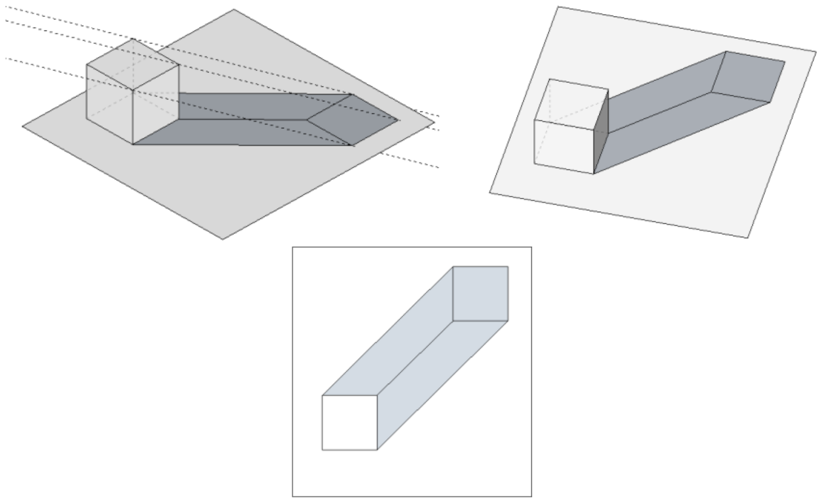
ISSN 2179-7374
Ano 2013 – V. 17 – N°. 03



Fonte: a autora

Para termos certeza de que a figura 4 é a imagem de um cubo, teríamos que conhecer os parâmetros de projeção. Por outro lado, podemos admitir a possibilidade de sê-lo. A viabilidade desta representação pode ser entendida por intermédio da ilustração da figura 5, em que as projetantes são paralelas (o centro encontra-se infinitamente distante) e o ângulo de incidência na superfície de projeção produz uma representação bastante alongada das arestas verticais do cubo ao passo que as arestas horizontais (paralelas à superfície) são projetadas em tamanho real. Esta enorme desigualdade no comprimento das arestas que, por definição, sabemos serem iguais, nos causa estranheza e dificulta a identificação da figura objetiva.

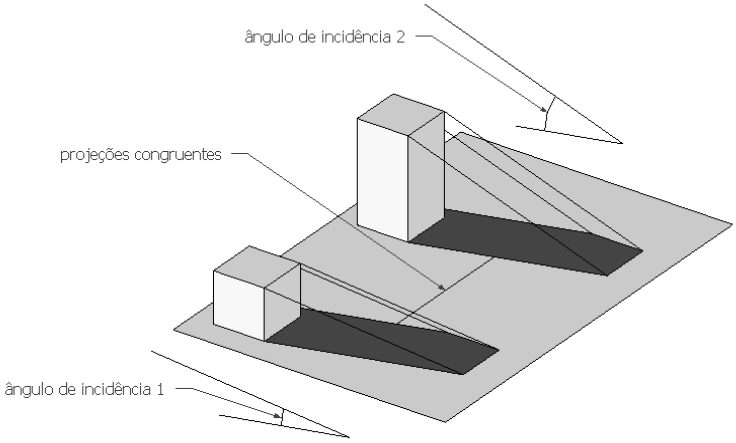
Figura 5: Projeção Cilíndrica Oblíqua de um Cubo em um Plano que Contém uma de suas Faces



Fonte: a autora

Outra questão relevante na representação por projeção consiste na ambiguidade inerente ao processo. Assim como um mesmo objeto pode ter diferentes representações, a mesma imagem pode corresponder a diversos objetos; tudo depende dos parâmetros de projeção. A figura 6 ilustra dois sólidos de alturas diferentes gerando imagens iguais em projeção. O sólido da esquerda, mais baixo, foi projetado com o ângulo de incidência 1, menor do que o da direita, com o ângulo de incidência 2, produzindo resultados congruentes.

Figura 6: Objetos Diferentes Podem Ter a Mesma Imagem



Fonte: a autora

Temos, portanto, que uma representação plana não individualiza o objeto original. A imprecisão na interpretação de uma imagem projetiva é um problema que pode interferir na compreensão da geometria espacial. Em um teste[5] para avaliar a capacidade de interpretar informações figurativas, Cavalca (1998, p.58) mostrou (Figura 7a) “o desenho de uma reta r que continha o ponto de concorrência de três retas (s, t, v) pertencentes a um plano a, o qual era perpendicular à reta r.” De vinte e nove alunos testados, nove responderam que só a reta t era perpendicular à reta r[6]. O autor entendeu que esses alunos não consideraram o espaço com três dimensões, mas viram o desenho como uma figura plana.

Se por um lado, a compreensão de uma imagem projetada não é universal, por outro, temos a premissa de que tal imagem, nem sempre está devidamente executada, de acordo com as regras geométricas. Representações como esta, em que o plano é expresso por uma porção supostamente retangular de sua superfície, são frequentes em livros didáticos de matemática. Beskin (1977) alerta quanto às incorreções, corriqueiras em imagens ilustrativas de conceitos e definições geométricas alegando que o desenho deste “retângulo” é, muitas vezes, aleatório e não condiz com as demais representações da mesma imagem. Na figura 7b reproduzimos o desenho em que o autor exemplifica uma representação incorreta de uma pirâmide de base retangular assente em um plano. Segundo ele, uma vez que o ângulo LKN é reto então os parâmetros já estão definidos pelo desenho do plano e o ângulo BAD não poderá ser reto, pois sendo AB paralelo a KL, AD teria que ser paralelo a KN já que neste tipo de representação, que é cilíndrica, o paralelismo se mantém em projeção. Beskin sugere, então, que o plano seja indicado por limites irregulares, conforme a imagem da direita.

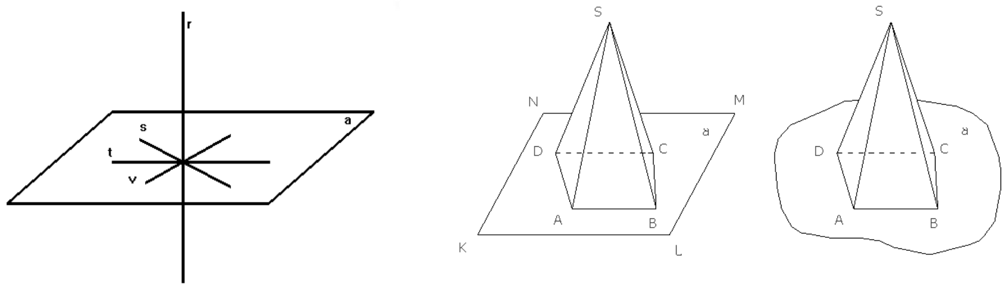
---

[5] O teste foi aplicado em uma turma de alunos do segundo ano do curso de Ciências com habilitação em Matemática da Faculdade Salesiana de Lorena e é parte da dissertação de mestrado de Cavalca.

[6] Por definição, “Uma reta é perpendicular a um plano quando é perpendicular a todas as retas que podem ser tiradas por seu pé nesse plano.” (GABAGLIA, 1910, p. 182)

ISSN 2179-7374
Ano 2013 – V. 17 – N°. 03

Figura 7: Representações do Plano.



(a) (b)

Fonte: (a)Cavalca (1998); (b) Beskin (1977)

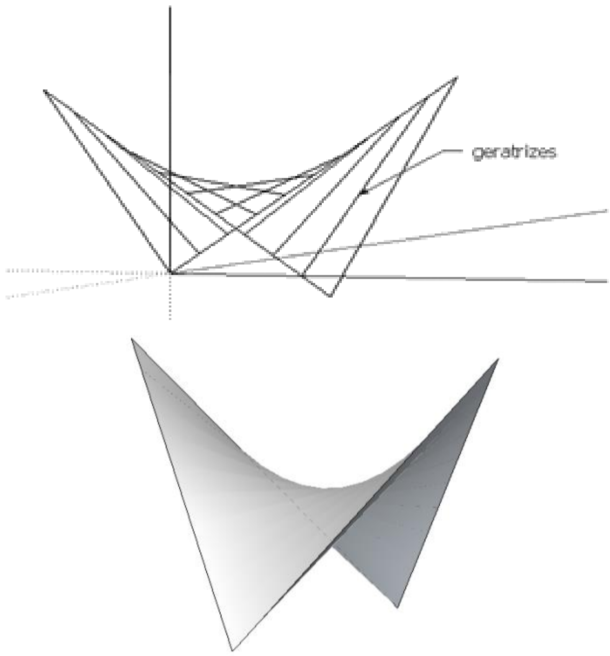
2.2. A Representação no Ensino da Geometria Espacial

Na seção anterior, levantamos algumas questões sobre a representação plana de figuras contidas em um espaço tridimensional. Observamos que o resultado gráfico depende dos parâmetros estabelecidos aos elementos fundamentais de um sistema projetivo e poderá ser conveniente ou não ao propósito almejado. Não é do interesse deste artigo classificar os tipos de projeção. Iremos, ao contrário, generalizá-las considerando-se o centro de projeção como ponto de vista e a projeção como uma imagem vista por um observador situado em uma localização pré-determinada, que chamaremos, genericamente, de perspectiva.

Na perspectiva, portanto, a escolha do ponto de vista é essencial ao resultado satisfatório. Na geometria espacial, no entanto, não há consideração do ponto de vista, ou centro de projeção. Cada elemento geométrico (ponto, linha, superfície) tem sua posição espacial definida por três coordenadas que correspondem às respectivas distâncias aos três eixos cartesianos, ortogonais entre si. Estes eixos, por sua vez, podem ser representados em qualquer sistema projetivo. Van Fraassen (2008) coloca, com muita propriedade, que a representação cartesiana pode ser pensada como uma perspectiva “ponto-zero”: a visão de lugar nenhum ou o ponto de vista de ninguém em particular. Tal posicionamento nos faz refletir a respeito da concepção geométrica e de sua respectiva reprodução visual. Estamos tão acostumados às imagens pré-concebidas das figuras geométricas que não raro nos esquecemos de que a geometria independe de uma configuração concreta e o que a ela competem são as relações entre seus elementos fundamentais e suas posições relativas. Por exemplo, o cubo tem uma definição geométrica que individualiza cada um de seus elementos (vértices, arestas, faces, ângulos) em relação aos demais e determina uma figura espacial que atende à definição inicial. Esta figura não se encontra subordinada a um observador; é uma ideia geométrica que pode ser imaginada ou construída por intermédio de um modelo tridimensional. Entretanto, quando desenhamos o cubo em uma superfície plana fazemos escolhas quanto ao sistema projetivo, os respectivos parâmetros de projeção e os elementos que serão desenhados. É sobre esta escolha que direcionamos nossa pesquisa.

A necessidade de uma representação plana para melhor compreensão das relações espaciais, ou da forma objetiva de um sólido é tanto mais indispensável quanto maior a complexidade do objeto ou da situação considerada. Em outras palavras, não é difícil imaginar um cubo, sem vê-lo explicitamente, conhecendo sua definição. Agora, experimente imaginar o paraboloide hiperbólico sabendo que é uma superfície gerada pelo deslocamento de uma reta apoiada sobre duas retas fixas não situadas em um mesmo plano, mantendo-se paralela a um plano, também fixo (Figura 8). Além disto, quanto maior a complexidade do objeto maior, também, a dificuldade de representá-lo no plano.

Figura 8: Representações do Paraboloide Hiperbólico



Fonte: a autora

Dentre as diversas imagens gráficas projetivas destacamos a relevância da geometria descritiva de Monge no estudo da geometria espacial, em função da inspiração do autor em mesclar o conteúdo geométrico à sua respectiva representação. Convém enfatizar que a geometria descritiva aqui considerada diz respeito ao conhecimento geométrico descritivo aliado ao método de representá-lo, combinação esta cujo valor é constantemente assinalado pelo referido professor.

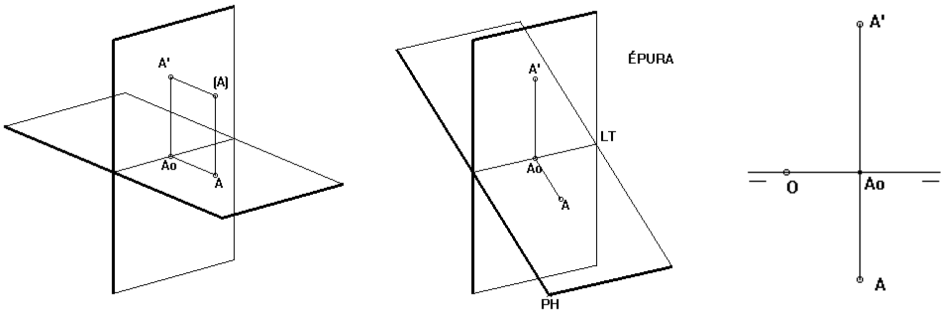
À época de Monge o suporte disponível à representação era a superfície plana estática de uma folha de papel; neste, a imagem projetada é única e os parâmetros de projeção inalteráveis, como são os desenhos estampados das figuras deste artigo. Em um programa gráfico computacional 3D, no entanto, temos uma imagem dinâmica em que os parâmetros podem ser alterados em tempo real permitindo que uma única construção possa ser visualizada de inúmeras formas diferentes. As diversas imagens da figura 1, por exemplo, resultaram da construção de um único cubo, no programa gráfico 3D SketchUp, por intermédio de mudanças dos parâmetros de projeção, recurso

ISSN 2179-7374
Ano 2013 – V. 17 – Nº. 03

disponível no software[7] .

Nosso argumento segue em favor da descrição da geometria e de sua representação, e não em prol da épura, utilizada por Monge. (a Figura 9 ilustra o processo de elaboração de uma épura em que o ponto (A) é projetado em dois planos ortogonais gerando as projeções A’ e A; um dos planos gira em torno da reta de interseção entre eles até coincidirem, fazendo com que as duas projeções fiquem em uma mesma superfície plana, gerando a épura: imagem da direita). Conforme advertimos anteriormente, a épura era o recurso disponível na época de Monge; hoje, temos suportes de representação avançados que prescindem do processo acima descrito.

Figura 9: Processo de Representação em Épura



Fonte: a autora

No intuito de exemplificar nosso discurso, estabelecemos uma comparação entre o livro didático de um matemático consagrado, Jaques Hadamard, e o livro das aulas de Monge. Demos destaque aos respectivos métodos de enfocar o mesmo assunto: o plano. Tal cotejamento foi elaborado com a intenção de mostrar que, diferentemente de Hadamard, a disciplina ensinada por Monge tem o duplo propósito de fazer conhecer as propriedades geométricas dos elementos e resolver os problemas da representação gráfica destes. Portanto, não consideramos relevante o fato de os autores serem de épocas distintas e nem pretendemos valorizar um ou outro; ao invés, almejamos salientar o pensamento peculiar de Monge em que este faz uso dos próprios conceitos geométricos para decidir sobre a melhor maneira de representá-los.

2.3. A Superfície Plana em Hadamard

Em Leçons de Géométrie élémentaire II: géométrie dans l’espace, Jacques Hadamard[8], introduz o primeiro capítulo do livro V, de interseções de retas e de planos, enunciando que:

---

[7] As cinco primeiras imagens foram obtidas por intermédio do recurso câmera, que disponibiliza os sistemas, cônico e cilíndrico ortogonal; a última, porém, teve que ser desenhada por resultar de um sistema cilíndrico obliquo, não oferecido pelo software.

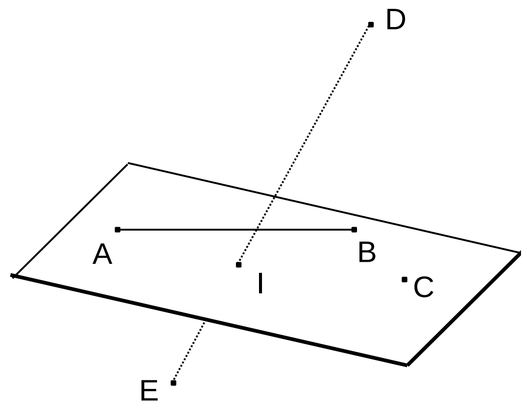
[8] Jacques-Salomon Hadamard, (1865/19630), matemático francês, prestou importantes contribuições à teoria das funções de variáveis complexas e atuou como professor no Collège de France (1897–1935), na

ISSN 2179-7374
Ano 2013 – V. 17 – Nº. 03

(...) chamamos plano a uma superfície tal que toda reta que liga dois pontos desta superfície encontra-se, nesta, inteiramente contida.

Uma superfície assim é ilimitada; mas, para poder representá-la no desenho, mostramos uma porção limitada, frequentemente, retangular, da superfície: assim foi feito nas figuras 233 e seguintes. (HADAMARD, 1921, p. 1; tradução livre)

Figura 10: Figura 233



Fonte: Hadamard (1921)

Hadamard faz uso desta figura a fim de ilustrar alguns dos teoremas referentes às definições do plano, que demonstra verbalmente, em que os pontos A,B,C e I pertencem ao plano desenhado enquanto D e E não pertencem. É importante ressaltar que a figura não serve, nem pretende servir, à demonstração; é, unicamente, uma ilustração das verdades geométricas previamente deduzidas em que as posições relativas de cada um dos pontos já são conhecidas. Em outras palavras, não há compromisso com a exatidão da imagem. A teoria é exposta por escrito e os desenhos são um complemento, não essencial. Portanto, entendemos que o processo utilizado para atingir a representação não merece grande atenção do autor.

De qualquer forma, ele faz uma referência ao processo gráfico quando anuncia que vai representar o plano por uma parte da superfície. O curioso é que o autor diz que esta porção é retangular, mas nos oferece um paralelogramo, sem ângulos retos na representação. Vimos, em seção anterior deste artigo, que o paralelogramo pode ser a imagem projetada de um retângulo, mas embora seja muito bem aceita como tal, não é absoluta nem biunívoca, podendo incorrer em interpretações errôneas por quem a entrevê. A partir daí, o livro segue apresentando os teoremas da geometria ilustrados, um ou outro, com um desenho executado de maneira semelhante. Mesmo ao tratar das propriedades da perspectiva no capítulo II o foco recai nas questões geométricas e não na representação.

École Polytechnique (1912–35), e na École Centrale des Arts et Manufactures (1920–35), todas em Paris. http://www.britannica.com/EBchecked/topic/251023/Jacques-Salomon-Hadamard

ISSN 2179-7374
Ano 2013 – V. 17 – Nº. 03

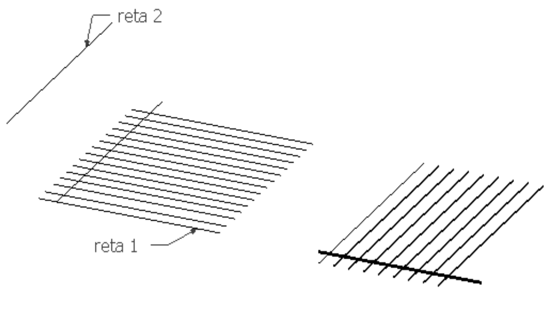
2.4. A Superfície Plana em Monge

Monge, ao contrário, descreve a teoria geométrica considerando sua representação. Alerta quanto à diferença entre representar pontos, retas e superfícies destacando que estas últimas não podem ser feitas do mesmo modo que as primeiras, pois seria necessário projetar todos os seus pontos, o que seria improdutivo, reiterando que as superfícies que são ilimitadas em todas as direções e sentidos não admitem uma representação inteligível pela projeção de seus pontos.

Antes de falar em plano, porém, enuncia[9] que toda superfície curva pode ser gerada pelo movimento de determinadas linhas e que, para expressar a forma e posição de tal superfície basta construir as projeções de duas de suas linhas geratrizes que passam por qualquer um de seus pontos. Aplica, ao plano, as generalidades que foram definidas para as superfícies curvas lembrando ser aquele, a superfície mais simples e de uso mais frequente dentre todas as outras. Segue a sua definição do plano:

> O plano é gerado por uma primeira reta de posição conhecida que se move de maneira que todos os seus pontos descrevam retas paralelas a uma segunda reta dada. Se a segunda reta estiver no plano considerado, podemos dizer que o plano é gerado pela segunda reta que se move de maneira que todos os seus pontos descrevem retas paralelas à primeira reta. (MONGE, 1989, pp 20,21. tradução livre)

Figura 11: Ilustração da Ideia de Geração da Superfície Plana



Fonte: a autora

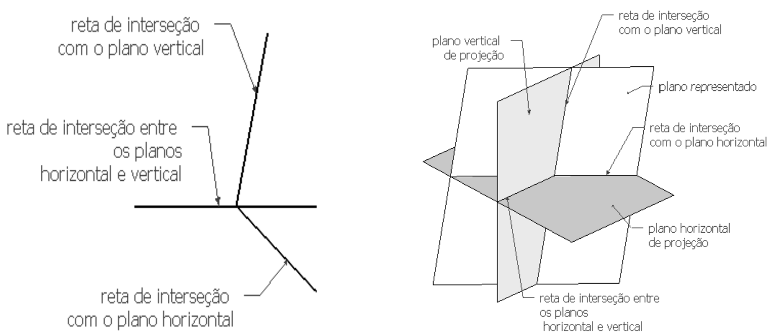
> Temos, portanto, a ideia da posição de um plano pela consideração de duas linhas retas em que cada uma pode ser vista como sua geratriz. A posição destas duas retas é absolutamente indiferente: devemos, para o método das projeções, escolher entre aquelas que exigirem as construções mais simples. É por isso que na geometria descritiva indicamos a posição de um plano por intermédio das duas retas segundo as quais ele intercepta os planos de projeção. (Ibidem, p.21. tradução livre)

[9] O autor apresenta exemplo da proposição enunciada.

ISSN 2179-7374
Ano 2013 – V. 17 – N°. 03

Na Figura 12 ilustramos a sugestão de representação do plano em geometria descritiva. A imagem da direita mostra a situação em perspectiva e a da esquerda, a respectiva épura. Os planos referenciais são o plano horizontal de projeção e o plano vertical de projeção. Estes são indicados, em épura, por sua reta de interseção; O plano genérico é representado por intermédio das suas respectivas retas de interseção com os planos referenciais.

Figura 12: **As retas de interseção com os planos de projeção**



Fonte: a autora

Ao apresentar o modo de construção das projeções dos sólidos limitados por planos e arestas retilíneas, Monge adverte que não há regra geral para esta operação. Diz que, dependendo de como as posições dos vértices dos ângulos dos sólidos for definida a construção de suas projeções será mais ou menos fácil e que a natureza da operação dependerá desta definição. Em cada caso particular, o caminho dependerá da maneira como as relações entre as quantidades dadas e as desconhecidas são expressas e será por intermédio de numerosos exemplos e com o uso da régua e do compasso que iremos adquirir o hábito das construções e nos acostumaremos a escolher os métodos mais simples e os mais elegantes em cada caso particular. (MONGE, 1989)

3. Considerações Finais

Comparando as duas introduções relatadas destacamos que, enquanto Hadamard enuncia uma definição específica para a superfície plana, Monge, por sua vez, apresenta uma idéia de geração de superfícies curvas para, então, restringir à condição plana. Observamos esta característica de generalização ao longo de todo o compêndio de Monge. Quanto à representação, ambos ressaltam que a condição de ser uma superfície ilimitada constitui um obstáculo, que é resolvido por Hadamard por intermédio de um desenho arbitrário de uma porção qualquer deste plano. Monge, ao contrário, propõe a representação por duas de suas linhas geradoras (individualizando o plano) e que estas deverão ser escolhidas em função da adequação ao suporte e ao problema apresentados. Além disso, diz que a representação por duas linhas que passam por um ponto da superfície serve, também, para representar os corpos curvos.

Diante destas reflexões, sugerimos que a representação de uma situação espacial envolve três etapas distintas e interligadas:

- o conhecimento das relações de tamanhos e de posições da conjuntura idealizada;
- a escolha do sistema e dos parâmetros de projeção
- a decisão quanto ao procedimento mais adequado para realizá-la.

A primeira etapa é do domínio da geometria espacial e envolve o saber das proposições e teoremas geométricos. Estes são apresentados satisfatoriamente nos bons livros didáticos de matemática. No entanto, essa geometria não costuma fazer parte dos currículos das escolas de artes e arquitetura.

A segunda diz respeito ao propósito da imagem; por exemplo, se a intenção é mostrar um aspecto parecido com o que vemos, o sistema cônico é o indicado, mas, se a conveniência é de que a figura não tenha deformações no paralelismo das retas aplica-se o sistema cilíndrico. O ensino dos sistemas projetivos é comum nos cursos referidos, frequentemente como procedimentos a serem seguidos e sem muito enfoque nos fundamentos geométricos. Além disso, a sua permanência vem sendo constantemente discutida em função da computação gráfica, em que a escolha do sistema pode ser modificada, sem esforço, fazendo-se a transição de um ao outro pela simples seleção de um comando.

A terceira etapa, porém, requer o estabelecimento de um plano de ação, ou seja, de um conjunto de medidas que deverá ser tomado para se atingir o objetivo almejado. Este procedimento engloba os dois anteriores. É nesta etapa que julgamos a geometria descritiva essencial porque desenvolve um raciocínio em que o próprio conteúdo ensinado serve à sua representação. Nosso argumento é de que este "pensamento peculiar" é aplicável aos programas computacionais. É importante enfatizar que não se trata de desenhar épuras no computador, mas aprimorar a capacidade de pensar em estratégias de representação adequadas a cada suporte específico, com fundamentação geométrica.

Em suas aulas de geometria descritiva, Monge insistia no fato de que não há uma conduta única para a representação e que tudo depende das condições apresentadas. Entendemos que tais condições comportam, além da conjectura geométrica, o suporte disponível à elaboração da ideia. Estamos em um momento em que as circunstâncias são outras e devemos, portanto, fazer novas escolhas; precisamos substituir o "uso da régua e do compasso", porém manter o "hábito das construções e nos acostumarmos a escolher os métodos mais simples e os mais elegantes em cada caso particular" (MONGE, 1799), com o uso da nova tecnologia.

O ensino de geometria descritiva, conforme ponderamos anteriormente, seguiu um caminho independente tanto da prática à qual deveria ser aplicado, quanto da teoria que o fundamenta. Atingiu tal nível de abstração que passou a ser "... um jogo de deduções entre as representações planas, abstraídas de suas situações tridimensionais geradoras." (GANI, 2004). Este artigo busca, portanto, alertar quanto à ameaça de repetirmos um comportamento semelhante face aos meios digitais. Maynard (2005),

ISSN 2179-7374
Ano 2013 – V. 17 – Nº. 03

considerando o uso prático do desenho, conduz a uma tese central e a uma estratégia: a concepção de um "kit ferramenta", considerando procedimentos que são reproduzidos para determinado fim, sem qualquer reflexão ou apreensão de conteúdo teórico. Tomando emprestada a expressão de Maynard, questionamos o quanto estamos substituindo o "kit geometria descritiva" pelo "kit computação gráfica" no ensino do desenho.

Referências

BESKIN, N. M.. **Representación de Figuras Espaciales.** Moscou: Editora Mir, 1977.

CAVALCA, A. P. V. **Espaço e Representação Gráfica: Visualização e Interpretação**. São Paulo: EDUC., 1998.

GABAGLIA, E.B.R., **Elementos de Geometria**. Rio de janeiro: H. Garnier, 1910.

GANI, D.C. **As Lições de Gaspard Monge e o Ensino Subsequente da Geometria Descritiva**. Rio de janeiro, 2004. 155f. Tese (Mestrado em Ciências em Engenharia de Sistemas e Computação) – COPPE / UFRJ.

HADAMARD, J. **Leçons fe Géométrie élémentaire II : géométrie dans l'espace**. Paris : Librairie Armand Colin, 1921.

MAYNARD, P. **Drawing Distinctions, the varieties of graphic expression**. Ithaca – London: Cornell University Press, 2005.

MONGE, G. 1799, **Géométrie Descriptive. Leçons données aux Ecoles normales, an VII**, Paris, Baudouin. Paris, Jacques Gabay, c1989.

VAN FRAASSEN, Bas C. **Scientific Representation: paradoxes of perspective**. New York: Oxford University Press Inc., 2008. e-book.