

UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DE SEÇÕES EM PIRÂMIDES NA GEOMETRIA DESCRITIVA

Daniel Wyllie Lacerda Rodrigues¹

RODRIGUES, D. W. L. Uma proposta para o ensino de seções em pirâmides na geometria descritiva. *Revista Educação Gráfica*, Bauru, n.9, p.49-59, 2005.

Resumo

Este trabalho trata da elaboração e aplicação de uma seqüência didática com o intuito de superar algumas das limitações impostas pelos métodos e técnicas tradicionais de ensino em geometria descritiva. É planejada uma seqüência didática ligada a um tópico específico da disciplina. O item em questão aborda o estudo das seções planas em pirâmides, havendo também uma abertura para a exploração de prismas, cilindros e cones. Sob um ponto de vista mais abrangente, poderá vir a tratar das projeções ortogonais de outros sólidos em épura, com seções produzidas por planos e o desenvolvimento de superfícies. Cumpre ressaltar que o foco da proposta não está no conteúdo em si mas na filosofia por trás da elaboração do material, no suporte utilizado e no método de trabalho.

¹ Mestre em Eng. de Produção, doutorando do Programa de Pós-Graduação em Design da PUC-Rio, email: dwyllie@ig.com.br.

Palavras-chave: seqüência didática; visualização; geometria descritiva; geometria dinâmica.

Abstract

Traditional methods and techniques for teaching descriptive geometry involve some hindrances. This paper approaches both the setting up and the implementation of a didactical sequence which is designed to overcome these impedimenta. The author devised a didactical sequence covering a specific topic of the subject, i.e, a study of plane sections on pyramids with a provision for a similar study on prisms, cylinders and cones. If considered under a comprehensive viewpoint, this sequence can be used for the orthographic projections of other solid objects in multiview drawing with plane produced sections and surface development. This work is not focused on its content but on the philosophy that was employed for developing the material and also the method.

Keywords: didactic sequence; visualization; descriptive geometry; dynamic geometry.

Geometria descritiva

Apesar de não haver um consenso quanto à sua definição, num primeiro instante a geometria descritiva pode ser vista como um corpo teórico de conhecimentos compreendido como linguagem de representação e que serve de base para o desenho técnico. Sob um olhar mais atento e de acordo com as observações de Gani (2004), a partir de sua concepção no século XVIII, a geometria descritiva seguiu duas vertentes distintas de desenvolvimento: como ciência pura e aplicada. Em sua forma

pura, obteve sucesso na matemática, influenciando o surgimento da geometria projetiva de Poncelet (1788-1867). Como ciência aplicada, ganhou contornos mais precisos nos campos das artes e engenharias. Na atualidade, porém, parece perder todo o seu encanto frente às poderosas interfaces de computação gráfica voltadas para modelagem 3D.

Em conversas informais entre os estudantes, percebe-se com nitidez a incompreensão existente quanto ao papel da geometria descritiva na formação do profissional de artes, design, arquitetura ou engenharia. A visão do professor entrando em sala de aula com um par de esquadros e um compasso de madeira pode significar para muitos o primeiro indício de uma experiência insólita. Caso o grupo de alunos seja um autêntico representante da juventude pós-moderna, imersa na cultura da efemeridade, seduzida pela tecnologia digital e fascinada pela linguagem gráfica dos videogames, a situação tende a se agravar. O distanciamento entre os métodos e suportes tradicionais utilizados em sala de aula e a vivência e o repertório dos estudantes é capaz de saltar aos olhos do observador.

Não há dúvida de que o impacto causado pelo uso de tecnologias computacionais demanda uma ampla revisão de práticas pedagógicas e conteúdos programáticos correntes. Em princípio, as facilidades trazidas por estas ferramentas oferecem um grau superior de liberdade para aqueles ligados a atividades de projeto, providenciando um instrumental versátil e dinâmico. Mas, se por um lado diminui a importância da destreza manual na atividade gráfica, por outro não aumenta a necessidade de se construir um corpo de conhecimentos teóricos? No que tange ao campo do design, Bonsiepe (1997), por exemplo, não apenas combate a falta de aprofundamento teórico e

intelectual mas também defende a mudança de um ensino baseado na mera transmissão de informações para um modelo que se orienta para a formação de competências.

Stachel (1994, 2003), pesquisador do campo da matemática, especificamente em defesa da geometria descritiva, ressalta que parte do problema consiste no fato de muitos associarem a disciplina direta e exclusivamente aos métodos gráficos manuais para a obtenção de imagens. Além das desastrosas “receitas de bolo”, é plenamente compreensível que os traçados estejam com seus dias contados. Por que não deixar o passo-a-passo e a precisão a cargo dos processadores, incapazes de pensar por conta própria mas preparados para executar milhares de instruções por segundo? No entanto, não são as tarefas manuais de construção que devem constituir o principal objetivo da disciplina mas a geometria por trás das imagens. Conforme apontam Gani & Belfort (2000), apesar dos modernos e sofisticados programas gráficos parecerem desenhar por conta própria, existe sempre um usuário no comando e, por mais avançadas que sejam as interfaces humano-computador, as telas continuam bidimensionais. Como resultado, a modelagem de objetos tridimensionais invariavelmente será efetuada por meio de projeções ortogonais, das quais a geometria descritiva é seu marco na ciência.

Dificuldades de visualização na geometria descritiva

Se por um lado a geometria descritiva pode ser considerada como uma espécie de treino para desenvolver a capacidade de visualização espacial, por outro ela requer de imediato uma percepção apurada do espaço a partir de suas representações. Dois depoimentos, apresentados a seguir, corroboram a ocorrência deste fenômeno:

“Mesmo que uma ocorrência do espaço já seja descrita por duas perspectivas, é preciso que o aluno já tenha a noção e as propriedades do espaço tridimensional muito bem interiorizadas para que possa deduzir sobre ele a partir de duas ‘fotografias’ suas. Por isso, acredito que a grande dificuldade para tantos alunos que começam a estudar a geometria descritiva se refere a uma não-vivência do espaço que ela descreve a um nível concreto.”
(WILMER, 1976, p.41)

“Conhecemos bem essa dificuldade, encontrada pelos estudantes, na visualização de uma época. Sabemos que constitui um obstáculo a ser vencido, principalmente nos estágios iniciais de seu estudo. Assim, seria didaticamente aconselhável que o estudo da descritiva fosse acompanhado de uma representação que privilegiasse a visualização.” (GANI & BELFORT, 2000, p.2)

Influenciado pela pesquisa sobre múltiplas representações de Van Labeke (1999) e baseado nas propostas de Bernard & Tavares (2001), Rodrigues (2001) e Gani & Belfort (2000, 2001), defendo a hipótese de que as dificuldades de visualização citadas anteriormente podem e devem ser superadas com o uso adequado de recursos da geometria dinâmica informatizada.

Geometria dinâmica

Para Bellemain (2001), a geometria dinâmica parece ter surgido com suas implementações informáticas mas o princípio da figura dinâmica não é recente. Ainda segundo o autor, embora alguns a considerem como uma “geometria dinamizada”, outros pensam em termos de um novo ramo da geometria. Em suas próprias palavras, “talvez seja cedo para falar de um novo ramo, mas considerar a geometria dinâmica somente como uma

dinamização da geometria é muito redutor tendo em vista as novas possibilidades de visualização e manipulação que são introduzidas” (BELLEMAIN, 2001, p.1310).

Em linhas gerais, a geometria dinâmica pode ser definida como uma forma diferente de se lidar com a geometria estática característica das ilustrações de cadernos, livros e quadros negros. Sua qualidade essencial é o movimento. Na atualidade, ambientes de geometria dinâmica representam uma classe específica de micromundos matemáticos, implementados em programas de computador. A partir da construção de modelos geométricos precisos e interativos, os usuários usufruem de uma série de aplicações, dentre as quais destacam-se: a visualização de lugares geométricos, a descoberta de relações entre elementos e a prova experimental de teoremas.

As principais características de um software de geometria dinâmica são:

1) A interface é baseada em janelas, ícones e menus, com ênfase no estilo de interação por manipulação direta. Os elementos geométricos podem ser transformados de forma interativa, isto é, ao controle do mouse, pelo ato de “clique e arrastar” e os objetos criados podem ser reescalados, transladados e rotacionados.

2) É um sistema baseado em restrições (FOLEY et alii, 1996). Uma instância isolada de um objeto geométrico na tela representa uma classe completa de objetos com a mesma definição. Um quadrado na tela é estático, mas se um de seus vértices for movido, ele se adaptará ao movimento, embora as propriedades da definição de quadrado sejam mantidas, ou seja, todos os lados terão comprimentos iguais e os ângulos medirão 90 graus.

A seguir, proponho uma seqüência didática voltada para o estudo de seções

planas em pirâmides na geometria descritiva. Apesar de ter sido implementada em um software de geometria dinâmica, visando a exploração de um modelo “virtual” na tela do computador, também se faz acompanhar da experiência tátil de um modelo físico concreto, este obtido a partir do outro. O objetivo é conduzir os aprendizes a uma estimulante viagem de ida e volta, com escalas em três níveis de abstração: concreto, gráfico e conceitual.

Solução adotada

De acordo com Duval (apud ALMOULOU, 2003), filósofo e psicólogo por formação, grande parte dos problemas de ensino e aprendizado da geometria é de origem didática e linguística. Para minimizá-los, devem ser elaboradas situações de ensino e aprendizagem em que as figuras geométricas possam desempenhar um papel heurístico, levando em conta suas diferentes apreensões: perceptiva, discursiva, operatória e seqüencial. Além disso, é preciso estar atento para as mudanças de registros de representação (desenho / figura geométrica, linguagem natural, linguagem matemática).

Apesar de existirem ambientes de geometria dinâmica que trabalham diretamente com modelos 3D, tais como Calques 3D (VAN LABEKE, 2001) ou Cabri 3D, optou-se por utilizar o Cabri Géomètre II, um exemplo clássico de ferramenta de apoio para o estudo da geometria plana, euclidiana. Tal escolha foi justificada por vários fatores, dentre os quais três merecem destaque:

*é de capital importância que os estudantes compreendam as imagens apresentadas na tela como projeções no plano, ou seja, bidimensionais, de objetos pertencentes ao espaço;

*por se tratar de um ambiente de geometria bidimensional, é relativamente simples obter a última representação do objeto em termos de superfície desenvolvida, ou seja, planificada;

*pretende-se pavimentar uma via de acesso entre o antigo e o novo, o estático e o dinâmico, o material e o digital, a prancheta e a tela.

Este trabalho se fundamenta na abordagem construtivista, pois compreende a aprendizagem como um processo de construção no qual o aluno, ao se apropriar de modelos e materiais da cultura que os rodeia, tece suas próprias estruturas intelectuais. Cabe a ele construir os significados, definir os sentidos e as representações da realidade, de acordo com suas experiências e vivências pessoais em diferentes contextos. Tais representações, no entanto, permanecem constantemente abertas a mudanças e suas estruturas formam as bases sobre as quais novos conhecimentos são edificados. Determinar o papel do professor e do software no processo de construção de conhecimento do aluno é o maior dos desafios.

Descrição da proposta

“A axiomática moderna desembaraça a matemática de todos os elementos que não lhe pertencem, e dissipa assim a obscuridade mística que envolvia noutros tempos os fundamentos. (...) Mas é por outro lado verdade que a matemática em geral e a geometria em particular devem a sua existência à nossa necessidade de saber qualquer coisa sobre o comportamento dos objetos reais.” (EINSTEIN, 1954, p.232 – 233)

O participante recebe um modelo concreto de uma pirâmide, podendo examiná-lo e observá-lo sob diversos pontos de vista, conforme indica a figura 1. Trata-se de uma pirâmide de base triangular reta, a qual sofre um corte por um plano. O poliedro é dividido em duas partes. Descarta-se a parte “superior” e guarda-se a “inferior”, sendo a última denominada tronco da pirâmide. O tronco é desmontado de tal maneira que todas as suas faces acabam pertencendo a um mesmo plano. A este processo dá-se o nome de desenvolvimento, ou planificação. Estas operações são ilustradas na figura 2.

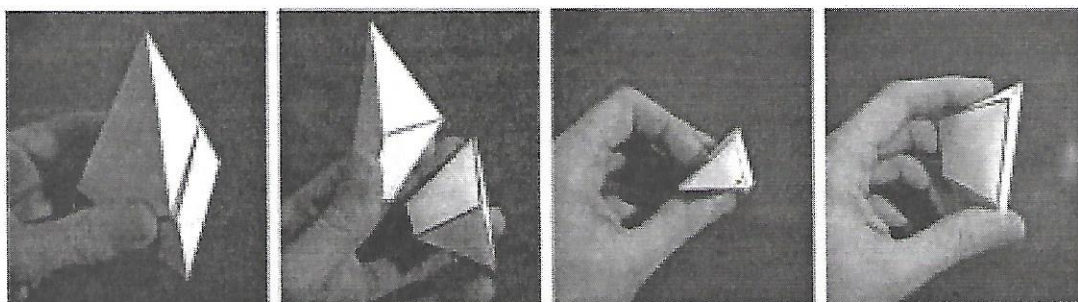


Figura 1 – O modelo concreto sendo manipulado e observado de diversas maneiras

A proposta começa pelo modelo concreto mas a idéia é fazer com que o participante aprenda o processo reverso, com a aplicação dos métodos da geometria descritiva. Em

descritiva, é preciso trabalhar com duas vistas do objeto ao mesmo tempo: a frontal e a superior. Mais especificamente, é necessário lidar com as projeções ditas vertical e horizontal.

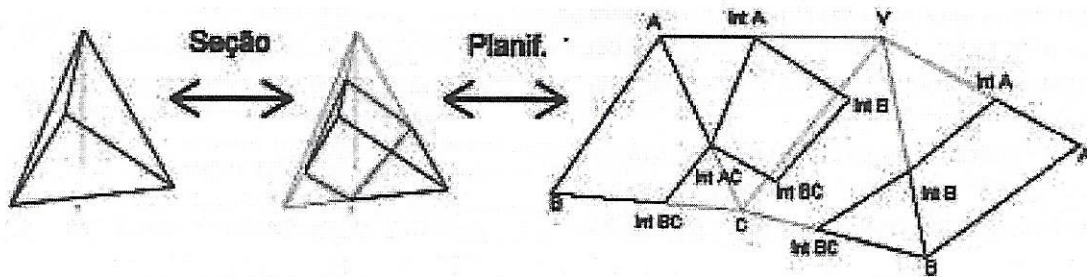


Figura 2 – Pirâmide, tronco resultante após seção e superfície desenvolvida

Entra em cena a seqüência elaborada no software de geometria dinâmica. Em princípio, é apresentada uma representação axonométrica (projeção cilíndrica ortogonal) do mesmo modelo anterior. Sob o controle do usuário, vários elementos vão sendo acrescentados. Começa com a pirâmide isolada, depois surge o plano horizontal de projeção e por último o plano vertical de projeção. Quem determina a presença ou ausência deste planos é o usuário. A figura 3 ilustra diversas configurações para o mesmo sistema. Na figura 4 aparece o plano da seção e o tronco resultante.

A representação axonométrica é intencional, de maneira que o usuário tenha a impressão de estar diante de um objeto com profundidade, ocupando uma posição no espaço. Oportunamente será divulgada a informação do software não possuir comandos prontos para a modelagem e animação de sólidos. Inclusive, os elementos criados na tela poderiam ter sido executados sobre a prancheta com o uso de esquadros e compasso. Com tantos recursos, espera-se que o aluno tenha a curiosidade de descobrir e aplicar o método empregado.

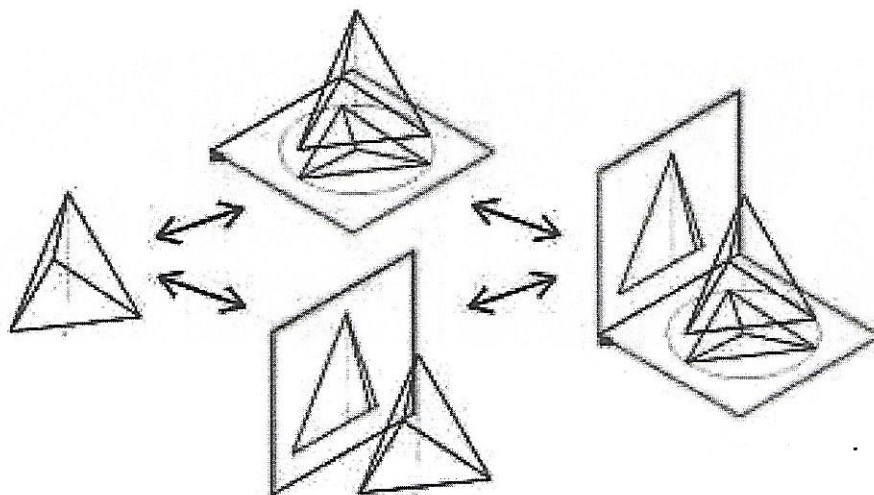


Figura 3 – A pirâmide e suas projeções: horizontal e vertical

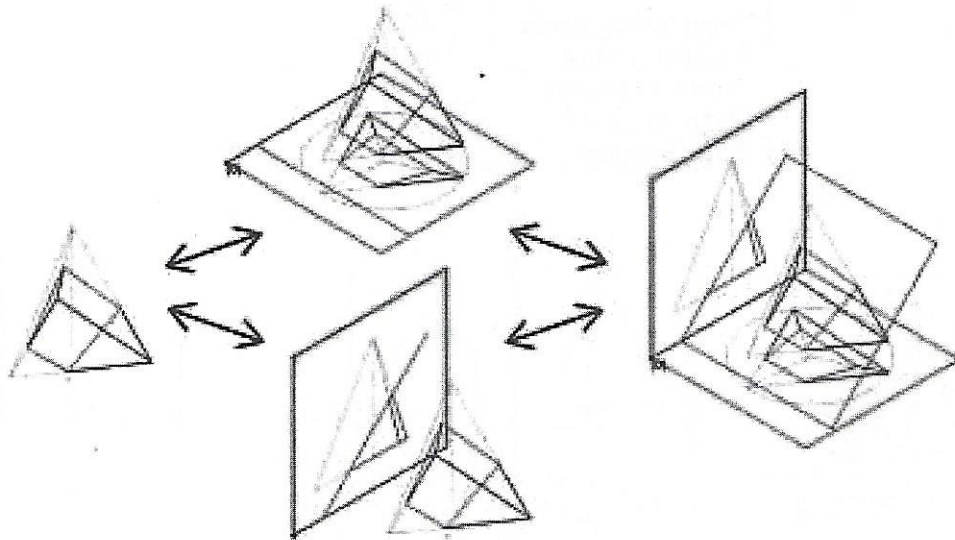


Figura 4 – O plano da seção, o tronco resultante e suas projeções: horizontal e vertical

Quando todos os elementos estão presentes na representação axonométrica, pode ocorrer o efeito inverso em relação ao esperado, dificultando a visualização. Para escapar desta armadilha, dois controles

foram planejados: o primeiro funciona como um zoom óptico, ampliando ou diminuindo a imagem; o segundo permite a rotação do modelo em torno de um eixo (figura 5). Nos dois casos, a animação é em tempo real.

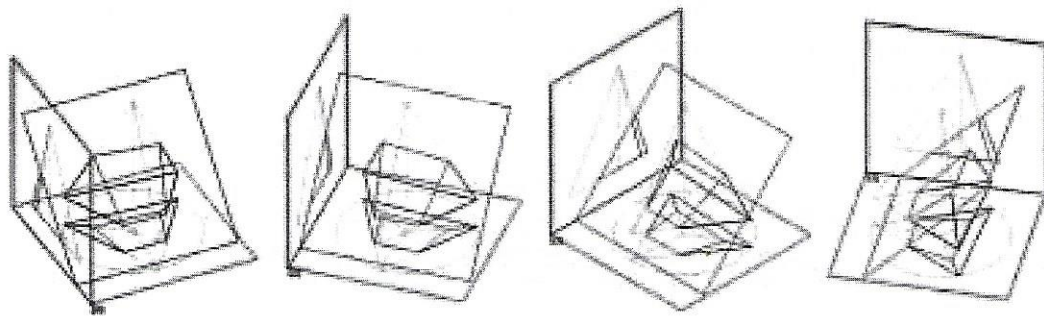


Figura 5 – Livre rotação do modelo em torno de um eixo vertical na axonometria

Uma épura é associada à representação axonométrica (figura 6). Como as duas representações se referem a um mesmo modelo, qualquer mudança que ocorre na épura tem um

reflexo automático na perspectiva associada. Para contribuir com este efeito de “mapeamento natural” (NORMAN, 1988), adota-se um código de cores:

Projeção horizontal	azul
Projeção vertical	verde
Objeto no espaço	preto
Plano da seção	vermelho
Plano rebatido	lilás

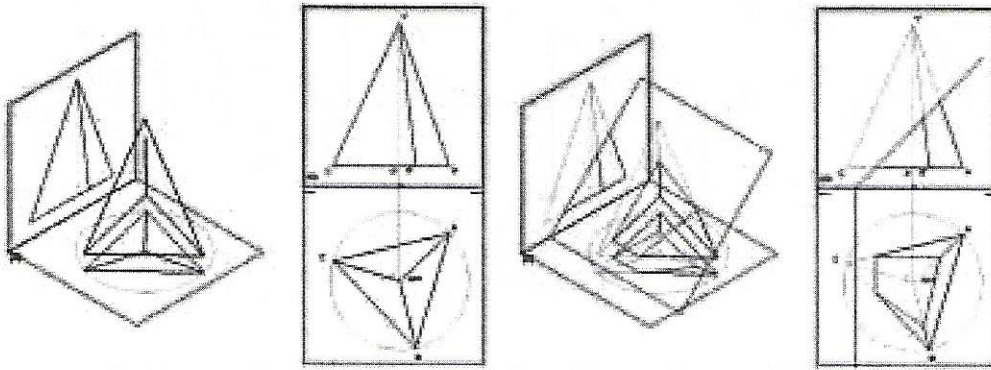


Figura 6 – A pirâmide em duas representações simultâneas: axonometria e épura

A existência de alguns controles depende do estado de outros (figura 7). Não adianta manter a tela repleta de informações se o usuário não for capaz de interpretar uma porção delas. É preciso primeiro compreender os conceitos elementares para depois chegar aos avançados, evitando o atropelo e a sobrecarga de informações. Numa versão futura da interface, pretendo aplicar com maior

propriedade os modelos das memórias de curto e longo prazo, referentes ao campo de estudo da psicologia cognitiva. Ao estabelecer estratégias de repetição e agrupamento, busco prolongar o tempo de armazenamento de algumas informações na memória de curto prazo e forçar a passagem delas para a memória de longo prazo (MANDEL, 1997; SHNEIDERMAN, 1998; RASKIN, 2000).

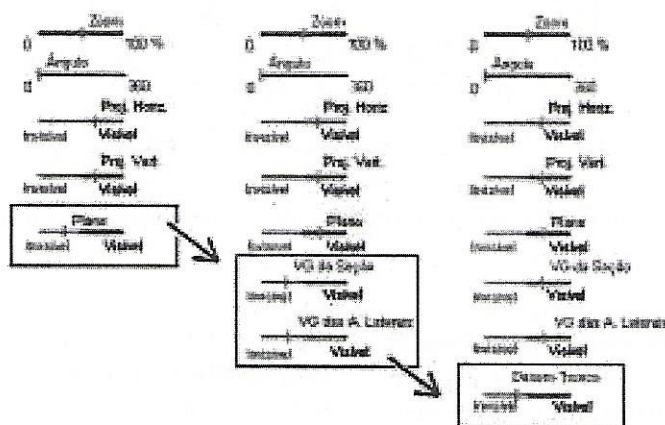


Figura 7 – A existência de alguns controles depende do estado de outros

A atividade prossegue até que o aluno seja capaz de descobrir na écura os métodos para se determinar os comprimentos exatos de todas as arestas do tronco de pirâmide. Somente então ele poderá pensar em

desenvolver (planificar) o sólido. Na figura 8, por exemplo, aplica-se o método de rebatimento para determinar a V.G. (verdadeira grandeza, ou seja, o tamanho real) da seção.

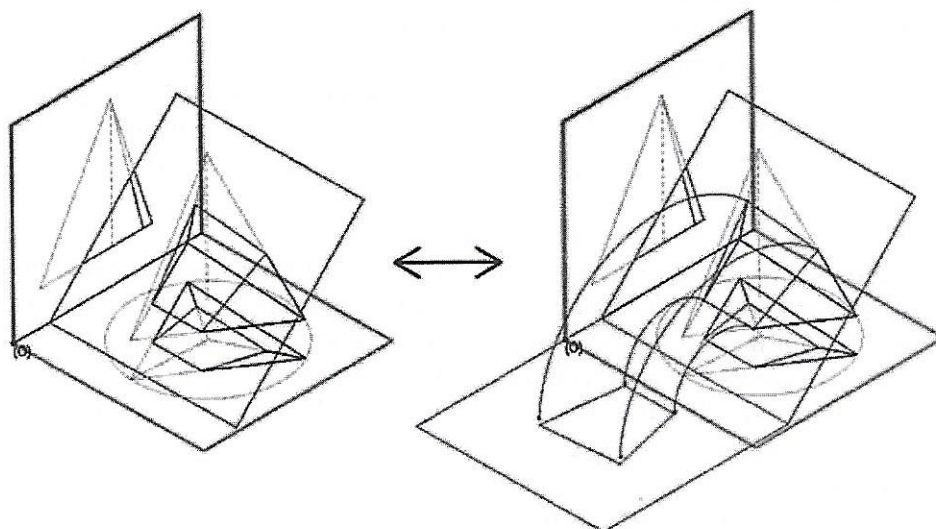


Figura 8 – A existência de alguns controles depende do estado de outros

É necessário que o professor proponha tarefas de análise das projeções horizontal e vertical da seção sem transmitir os conteúdos de uma só vez. Insisto na importância do aluno ser levado a realizar as descobertas por conta própria, mantendo uma certa autonomia em relação às instruções fornecidas. A seqüência didática não deve ser meramente exposta pelo professor, como se fosse uma sucessão de transparências. A preparação de um roteiro com uma série de pequenas tarefas deve auxiliar neste sentido. Os aprendizes precisam: pegar no modelo concreto, manipular o modelo virtual, abstrair os elementos, investigar propriedades, fazer conjecturas, dialogar entre si e finalmente, aplicar os conceitos aprendidos para executar tudo de trás pra frente.

No final é possível observar como fica

a superfície planificada na tela do computador. A comparação dessa imagem com o modelo concreto leva a crer que ele foi criado a partir do uso da seqüência ou, mais especificamente, da aplicação direta da geometria descritiva. Se o aluno quiser, depois irá imprimir a superfície desenvolvida no papel, pegar tesoura, cola, e acabar montando um outro sólido idêntico ao primeiro. O ciclo se completa: concreto → gráfico → conceitual → gráfico → concreto.

O que resta fazer? Muita coisa! Graças à geometria dinâmica, infinitas novas situações podem ser exploradas no mesmo sistema. Chega o momento de se perguntar: o que vai acontecer se eu realizar determinada mudança? Basta simular o que seria inviável apenas com o modelo concreto. É possível, por exemplo: transladar a pirâmide em qualquer direção e sentido;

abrir ou fechar o ângulo que o plano da seção faz com os planos de projeção; aumentar o raio do círculo que circunscribe a base; reposicionar o vértice da pirâmide que determina sua altura; deslocar o plano da seção em relação à linha de terra, rotacionar a pirâmide em torno de seu eixo vertical etc. Todas as representações são modificadas em tempo real e de maneira simultânea, incluindo a planificação.

Considerações finais

A proposta sugerida visa superar uma série de limitações impostas pelos métodos e suportes tradicionais de ensino e aprendizagem em geometria descritiva. De forma independente do conteúdo, a seqüência didática se fundamenta no uso do software de geometria dinâmica. Para a realização do trabalho, procurou-se investigar as propostas de outros autores que já haviam pesquisado sobre a simulação da experiência do espaço tridimensional nestes ambientes. As dificuldades de visualização em épura foram apontadas por autores da literatura pesquisada. Por conta disso, tentou-se extrair o máximo dos recursos oferecidos por um ambiente de geometria dinâmica, implementando vários sistemas de representação ao mesmo tempo, com grande flexibilidade. Após o aceite deste artigo, uma nova versão da seqüência didática começou a ser implementada no software The Geometer's Sketchpad 4. Cumpre ressaltar que apesar de existirem pesquisas em andamento sobre ambientes de geometria dinâmica que já trabalham diretamente com modelos 3D, a simulação da tridimensionalidade em ambientes de geometria plana exige um conhecimento mais apurado de axonometria, fato que não necessariamente ocorre no primeiro caso. Como em um quebra-cabeça, o desafio de

ultrapassar os supostos limites do software contribui para o aprendizado.

Referências bibliográficas

ALMOULOU, S.A. Registros de representação semiótica e compreensão de conceitos geométricos. In: **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. Organizadora: Sílvia Dias Alcântara Machado. São Paulo: Papirus Editora, 2003.

BELLEMMAIN, F. **Conception, realisation and experimentation of software for teaching geometry: Cabri-Géomètre**. Tese de doutorado em educação matemática, IMAG – Université Joseph Fourier, Grenoble, 1993.

_____. Geometria Dinâmica: diferentes implementações, papel da manipulação direta e usos na aprendizagem. In: GRAPHICA 2001, IV Congresso internacional de engenharia gráfica nas artes e no desenho. **Anais eletrônicos...** 1 CD-ROM. São Paulo: USP-Poli, 2001.

BERNARD, J. & TAVARES, R.A.E. Representações geométricas espaciais utilizando geometria dinâmica, projeções centrais e ilustrações anaglíficas. In: GRAPHICA 2001, IV Congresso internacional de engenharia gráfica nas artes e no desenho, **Anais eletrônicos...** 1 CD-ROM. São Paulo: USP-Poli, 2001.

BONSIEPE, G. **Do material ao digital**. Santa Catarina: Ed. LBDI, FIESC/IEL, 1997.

EINSTEIN, A. **Ideas and opinions by Albert Einstein**. Baseado em Mein Weltbild. Editado por Carl Seelig. New York: Bonanza Books, 1954.

- FOLEY J.D. et al. **Computer Graphics: principles and practice** (second edition in C). Reading, MA: Addison-Wesley, 1996.
- GANI, D.C. **As lições de Gaspard Monge e o ensino subsequente da Geometria Descritiva**. Dissertação de mestrado em história das ciências e das técnicas e epistemologia. Rio de Janeiro: UFRJ – COPPE, 2004. 155p.
- GANI, D.C. & BELFORT, E. Descritiva em Geometria Dinâmica: integrando representações. In: GRAPHICA 2000, III Congresso internacional de engenharia gráfica nas artes e no desenho. **Anais eletrônicos...** 1 CD-ROM. Ouro Preto: UFOP, 2000.
- _____. Representação plana de figuras tridimensionais: reflexões e idéias. In: GRAPHICA 2001, IV Congresso internacional de engenharia gráfica nas artes e no desenho. **Anais eletrônicos...** 1 CD-ROM. São Paulo: USP-Poli, 2001.
- MADDUX, C.G.; JOHNSON, D. La Mont; WILLIS, J.W. **Educational computing: learning with tomorrow's technologies**. Boston: Allyn and Bacon, 1996.
- MANDEL, T. **The elements of user interface design**. NY: John Wiley & Sons, Inc, 1997.
- NORMAN, D.A. **The Design of Everyday Things**. New York: Basic Books, 1998.
- PAPERT, S. **Mindstorms: children, computers and powerful ideas**. Basic Books: New York, 1980.
- RASKIN, J. **The Humane Interface**. Reading, MA: Addison-Wesley / ACM Press, 2000.
- RODRIGUES, M.H.W.L. Simulando a tridimensionalidade com software de geometria dinâmica. In: GRAPHICA 2001, IV Congresso internacional de engenharia gráfica nas artes e no desenho. **Anais eletrônicos...** 1 CD-ROM. São Paulo: USP-Poli, 2001.
- SCHNEIDERMAN, B. **Designing the user interface**. Reading, MA: Addison-Wesley, 1998.
- STACHEL, H. Descriptive Geometry, the Art of Grasping Spatial Relations. In: **Proceedings of 6th ICECGDG**. Tokyo: Japan.19-23 August, 1994. p 533-535.
- _____. What is Descriptive Geometry for? In: **Proceedings...** Dresden Symposium Geometry DSG.CK 2003, Dresden, Germany, 2003. p 107-119.
- VAN LABEKE, N. Multiple External Representations in Dynamic Geometry: a Domain-Informed Design. In: **Proceedings of AI-ED Workshop**. External Representations in AIED: Multiple Forms and Multiple Roles. San Antonio: Texas, Sunday 20th May, 2001.
- WILMER, C. **Modelos na aprendizagem da matemática**. Dissertação de mestrado em matemática. Rio de Janeiro, PUC-Rio, 1976. 141p.

