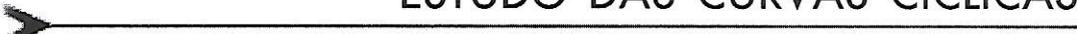


AMBIENTE HIPERMÍDIA PARA O ESTUDÓ DAS CURVAS CÍCLICAS



Claudia Mara S. de Macedo, M. Eng.¹

Vânia Ribas Ulbricht, Dr.²

MACEDO, C. M. S. de; ULBRICHT, V. R. Ambiente hiperímia para o estudo das curvas cíclicas. **Revista Educação Gráfica**, Bauru, n.9, p.123-134, 2005.

Resumo

O estudo das curvas geométricas atualmente é pouco valorizado, seja por falta de tempo disponível para o tratamento deste conteúdo nos currículos atuais, ou por despreparo dos professores na sua formação. Procurando tornar o aprendizado de geometria mais atrativo e condizente com o panorama atual da alta incidência da comunicação virtual nos meios educacionais, desenvolveu-se um ambiente hiperímia focalizando a geometria das curvas, utilizando obras de arte como elemento motivador. O ambiente baseado na teoria construtivista foi estruturado de forma não linear, e através de navegação dirigida, conduz o aluno a visualização e

¹ UFSC – Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil. Programa de Pós-Graduação em Engenharia e Gestão do conhecimento – mídia e conhecimento – doutoranda. PUCPR – Departamento de Desenho Industrial – professora cmmacedo@terra.com.br

² UFSC – Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil. Programa de Pós-Graduação em Engenharia e Gestão do conhecimento – mídia e conhecimento – mídia e conhecimento. ulbricht@floripa.com.br

generalização de conceitos. Este artigo demonstra o desenvolvimento do módulo curvas cíclicas, evidenciando a relação entre os conceitos facilitando e motivando a investigação do tema em toda sua abrangência, permitindo diversos graus de aprofundamento.

Palavras-chave: Hiperfídia, geometria, curvas cíclicas.

Abstract

Nowadays the study of geometric curves hasn't been considered of great value, either due to the lack of time available for the proper treatment of this matter in current curriculums or even because teachers are not well prepared during their formation. Trying to enable the geometry learning more attractive and suitable for the current panorama of the high occurrence of virtual communication in educational means, a hypermedia ambient has been developed focusing on the geometric curves, using pieces of art as a causing element. The ambient base on the constructive theory has been structured in a non-linear way, and through managed navigation, leads the student to a visualization and generalization of concepts. This article demonstrates the development of the cyclic curves modules, evidencing the relation between the concepts making easy and motivating the research about the theme in all its meaning, allowing various ways to deepen it.

Keywords: Hypermedia, geometry, cyclic curves

1. Introdução

Nos currículos dos cursos de graduação que tratam da geometria, o estudo das curvas

é geralmente o último tópic a ser estudado. No entanto, este assunto, é imprescindível para a visualização e desenvolvimento de elementos mecânicos em movimento. A geração destas curvas é de grande importância para a assimilação de elementos mecânicos móveis, no estudo da física, na representação e análise de problemas de matemática, em projetos de estradas e pontes, na arquitetura e design. Daí a necessidade de maior eficiência e motivação na exploração deste conteúdo tanto pelos professores como pelos alunos.

Procurando auxiliar na solução deste problema, lançou-se mão da comunicação virtual, para estimular o educando ao pensamento geométrico, uma vez que atualmente no ensino superior, grande parte dos alunos já estão habituados a realizar pesquisas na internet, interagir com sistemas de busca e correio eletrônico, participar de *chats*, *blogs*, e comunidades, compartilhando informações. Aqueles que não possuem esta cultura facilmente se ambientam ao realizar as primeiras atividades em conjunto.

Pierre Lévy (1993) enfatiza que devemos aprender com o movimento contemporâneo das técnicas, atentando para o novo comportamento de aprendizagem decorrente nos novos estímulos perceptivos criados nesta era da informação.

Segundo Heinick e Alessi (2000) as ferramentas hiperfídia demonstram ser adequadas ao ensino e aprendizagem de geometria, uma vez que a associação de várias mídias permite o tratamento do conteúdo de diferentes formas auxiliando na compreensão da visualização espacial. Estes ambientes que permitem o acesso à informação de forma dinâmica e interativa, facilitam a formação de esquemas mentais, valorizando o processo cognitivo individual, conduzindo o aluno a um aprendizado mais consistente.

Este artigo demonstra como pode ser efetivado o estudo sobre as curvas cíclicas através de um ambiente hipermídia. Este ambiente de aprendizagem dinâmico e interativo é baseado na adequação das teorias educacionais aos objetos de investigação do tema e utiliza como elemento motivador obras de arte, considerando que "o ser humano é positivamente predisposto às manifestações artísticas de qualquer natureza" (Ulbricht, 2000).

2. Organização do conteúdo no ambiente hipermídia

No ambiente desenvolvido, o conteúdo foi estruturado de forma não linear, porém, pela complexidade do tema, o usuário é induzido à visualização dos nós considerados indispensáveis para o entendimento do tema, por uma navegação sutilmente dirigida.

As telas iniciais do ambiente buscam averiguar o nível de conhecimento do aluno

a respeito dos conceitos básicos sobre a origem ou formas de geração de curvas geométricas planas que podem ser através de: Intersecções de sólidos geométricos, projeções de curvas espaciais, ou lugares geométricos planos de pontos de conjuntos geométricos em movimento. Conhecendo estes princípios ele poderá então optar, pelo aprofundamento de estudo em um destes grupos.

As definições dos conceitos, neste primeiro conjunto de telas, são feitas a partir da apresentação de uma obra de arte, que contém ou permite analogia com o elemento geométrico em questão. A exploração sobre a obra de arte seja através de figuras interativas ou animações, motiva o aprofundamento de estudo nas telas seguintes. A seleção das obras utilizadas valorizou as que trazem na sua concepção, a aplicação de conceitos geométricos relevantes ao desenvolvimento do aprendizado, de forma explícita ou abstrata. As figuras 1 e 2 mostram uma parte da

Nesta escultura, Rosana Bortolin efetuou dois tipos de cortes num sólido de forma cônica: cada corte resultou numa figura curva.

Compare as curvas obtidas e escolha uma das opções abaixo:

A e B são curvas geométricas planas.

A é uma curva plana e B é uma curva espacial.

Segue...

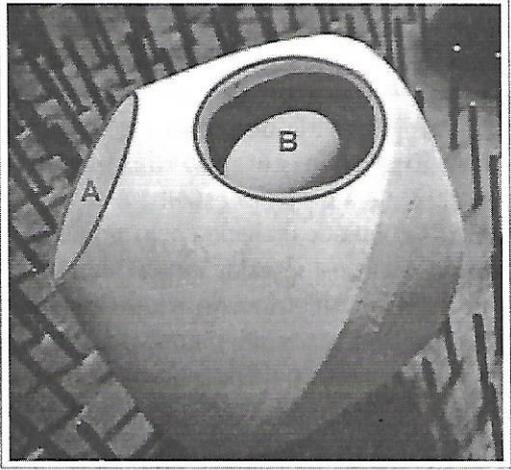


Figura 1 - Introdução ao conceito de curva geométrica gerada por intersecção de sólidos

escultura de Rosana Bortolin³ utilizada para ilustrar a formação do conceito de obtenção de uma curva geométrica a partir das projeções da curva de intersecção entre dois sólidos geométricos.

Interagindo com o ambiente, o aluno é

conduzido frequentemente a obras de arte que apresentam curvas análogas à curva de interesse, iniciando seu estudo pela identificação desta curva e reconhecimento dos elementos em movimento que a geraram.

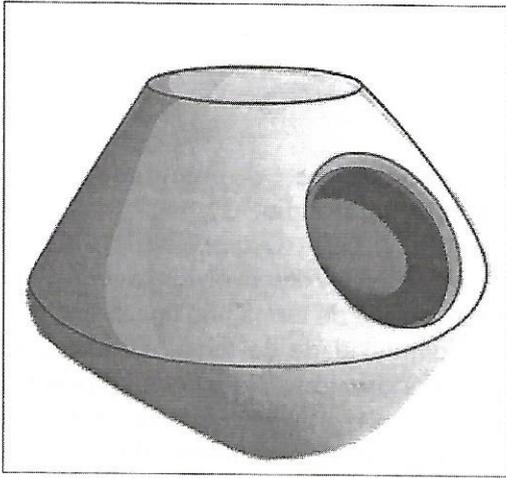
Na criação desta escultura, Rosana Bortolin obteve duas linhas curvas fechadas na superfície de um cone.

Como foi possível a artista conseguir estas curvas geométricas?

Ela fez uma intersecção no cone com uma superfície cilíndrica e obteve a curva espacial B. (detalhe 1).

Ela cortou o cone usando uma superfície plana paralela a sua base e obteve a curva plana A. (detalhe 2).

Segue...



[Clique sobre a imagem para ver a animação.](#)

Figura 2 - Tela de introdução ao conceito de curva gerada por intersecção de sólidos

A figura 2 ilustra o momento após a interação com a tela anterior. Através de animação, o elemento tridimensional da escultura é transformado em objeto de estudo de geometria descritiva.

A forma de geração das curvas geométricas é a primeira escolha efetiva de estudo do conteúdo oferecida pelo ambiente. Ao optar pelo estudo das curvas, geradas como lugar geométrico do deslocamento ordenado de pontos do plano, o aluno é conduzido à tela de opção pelo tipo de curva, em que ele pretende aprofundar seu

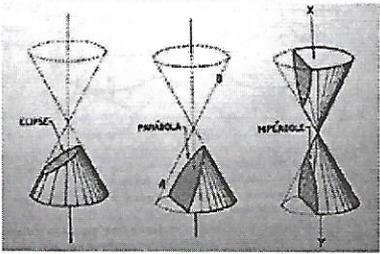
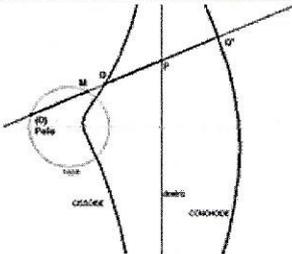
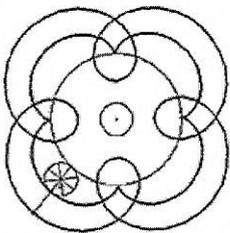
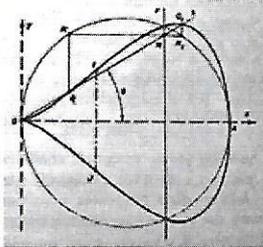
conhecimento (figura 3). Nesta tela as curvas são classificadas de acordo com o grau da equação correspondente. O trabalho, em sua totalidade, apresenta as quatro alternativas de estudo que são: as cônicas, as quádricas, conchóides e cissoides ou cíclicas.

Em todos estes módulos, a interatividade é realizada pela manipulação de objetos geométricos ou através de questões eletivas de múltipla escolha, que de acordo com a resposta do usuário o conduz a links de esclarecimento, aprofundamento ou progressão no estudo.

³ Escultura Urnas - Rosana Bortolin - artista plástica florianopolitana

As curvas podem ser classificadas de acordo com o seu grau, que é o grau da equação da curva. E denominadas por várias maneiras.

Qual destes grupos você gostaria de estudar agora? Clique na figura correspondente:

<input type="checkbox"/> Curvas do 2º Grau - Cônicas	<input type="checkbox"/> Curvas do 3º Grau - Cissóides e conchóides
	
<input type="checkbox"/> Curvas do 3º Grau - Cíclicas	<input type="checkbox"/> Curvas do 4º Grau - Quádricas ou quárticas
	

Segue...

Figura 3 - tela de escolha do tipo de curva a ser estudada

3. Organização do módulo curvas cíclicas

As telas iniciais deste módulo apresentam os elementos geométricos de geração deste grupo de curvas, em figuras animadas que permitem visualizar os tipos de curvas geométricas como episciclóides e hipociclóides, ciclóides e evolventes. As curvas foram organizadas segundo, a natureza dos elementos geométricos considerados, e são abordadas também suas variações (alongada, perfeita ou encurtada).

Os elementos geométricos de geração destas curvas são: uma curva de base ou diretriz, uma curva geratriz, e um ponto gerador. Tanto a base como a geratriz podem ser uma reta ou uma circunferência. A variação formal destas curvas, seja decorrente da mudança de posição do ponto gerador em relação à geratriz, ou da posição da geratriz em relação à diretriz, são obtidas pela manipulação direta destes elementos pelo usuário, o que é permitido com a utilização do "Cabri Géomètre II⁴". Do mesmo modo, o aluno pode extrair conclusões sobre questões

⁴ Cabri Géomètre II – software de geometria dinâmica.

de tangência e permanência de relações geométricas dos elementos em movimento.

No estudo das periciclóides, o aluno pode facilmente transformar uma hipociclóide em epiciclóide, apenas movimentando a geratriz, para dentro ou para fora da diretriz, e observando a

manutenção das propriedades geométricas das duas curvas assim como suas leis de geração. No desenvolvimento de suas atividades o aluno é incentivado a mover estes objetos e fazer a análise das formas geradas, para só então responder as questões apresentadas.

Veja nesta obra de Vera Sabino a utilização de várias curvas análogas e periciclóides.

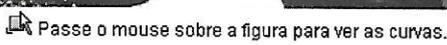
Quantas destas curvas, você consegue identificar?

Escolha uma alternativa:

- uma epiciclóide e duas hipociclóides
- duas epiciclóides e uma hipociclóide
- uma epiciclóide e três hipociclóides.

 Clique sobre o nome da curva para ver sua geração.

Segue...



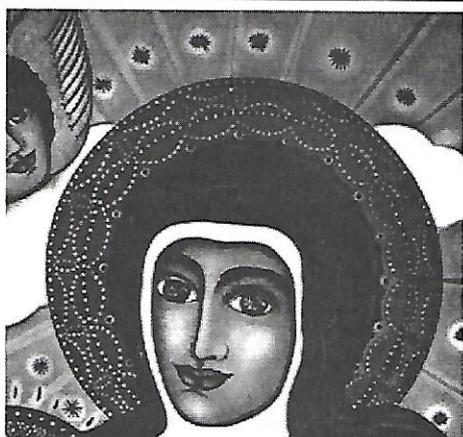


Figura 4: identificação dos tipos de periciclóides em obras de arte

Telas subseqüentes apresentam as curvas utilizadas em obras de arte, testando a capacidade do aluno de distingui-las pela identificação dos elementos componentes. Acertos ou erros dos alunos o direcionam para a progressão nos estudos ou visualização de telas intermediárias que esclarecem o conceito sob outra forma de apresentação. O exemplo da figura 4 mostra a identificação das periciclóides (epiciclóides e hipociclóides) em uma obra de Vera Sabino⁵. Nesta tela, ao passar o mouse sobre a figura, são evidenciadas as

curvas citadas nas alternativas, facilitando a identificação.

Até esta etapa, é apresentada ao aluno uma visão geral do conjunto de curvas cíclicas para que ele possa aprofundar seus estudos sobre uma delas.

4. Simulando a navegação

Este tópico apresenta uma simulação de navegação no ambiente hipermídia, exemplificando o aprofundamento de estudos no módulo das curvas cíclicas.

⁵ Vera Sabino é artista plástica florianopolitana

Prosseguindo na investigação sobre estas curvas, o aluno é levado à tela apresentada na figura 5, cujo objetivo é confirmar sua capacidade de identificação e distinção das

curvas desta espécie. No caso de erro ou insucesso do aluno, ele é levado a telas paralelas às já estudadas que apresentam o mesmo conceito de forma diferente.

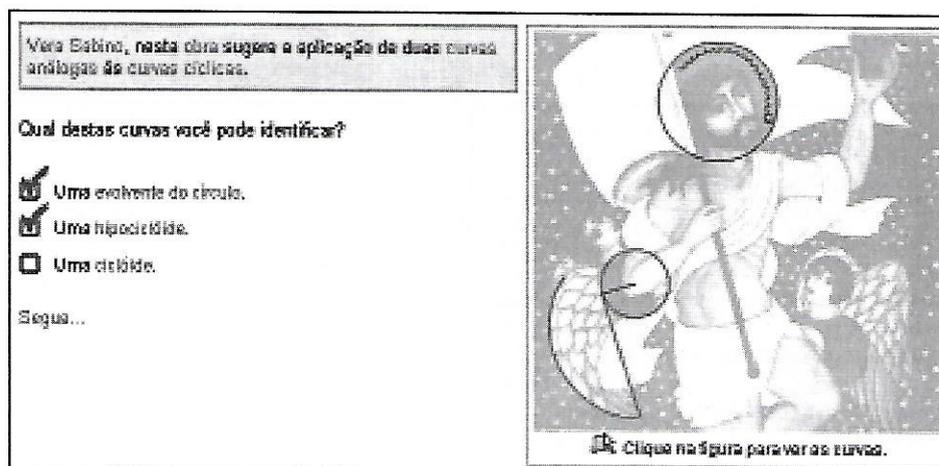


Figura 5: tela de confirmação de identificação dos tipos de curvas cíclicas.

Identificando as curvas desta tela corretamente, ele pode avançar em seus estudos, acessando a tela da figura 6, que apresenta uma visão geral das curvas

cíclicas. Esta tela oferece neste momento, a opção de aprofundamento em uma destas curvas, ou retorno a outros grupos de curvas: cissóides, quárticas ou cônicas (figura 3).

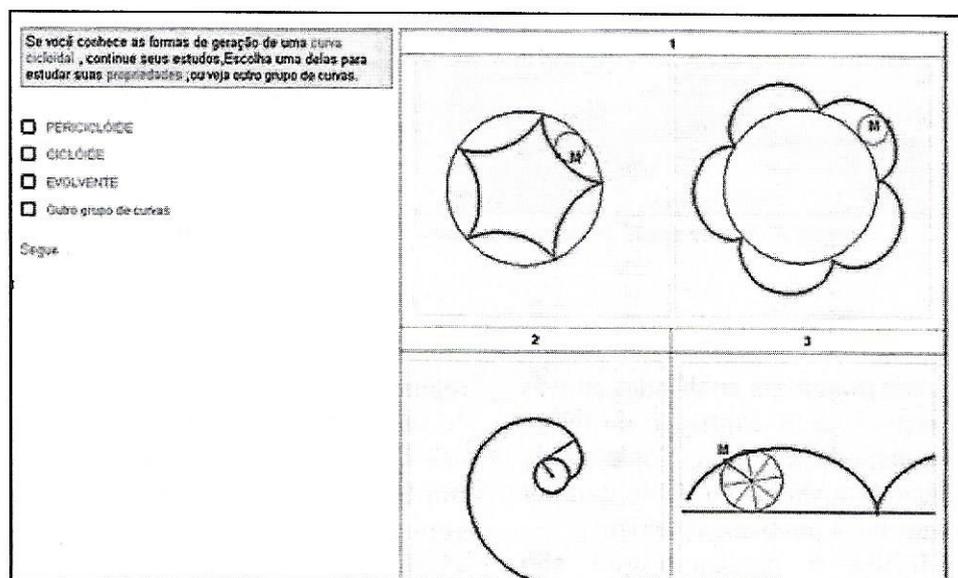


Figura 6: tela de escolha de uma curva cíclica para aprofundamento de estudo

As opções de estudo detalhado das periciclóides, por exemplo, são apresentadas em telas como o exemplo da figura 7, que permitem ao aluno explorar as propriedades geométricas particulares destas curvas como: Curvas pedais, geratrizes complementares, desenvolvimento

dos ciclos, demonstração da equação da curva, seu traçado com régua e compasso, curvas evolutas; aplicação mecânica desta curva, além de casos particulares que recebem denominação especial como: Cardióide, nefróide, astróide, elipse e limançon de Pascal.

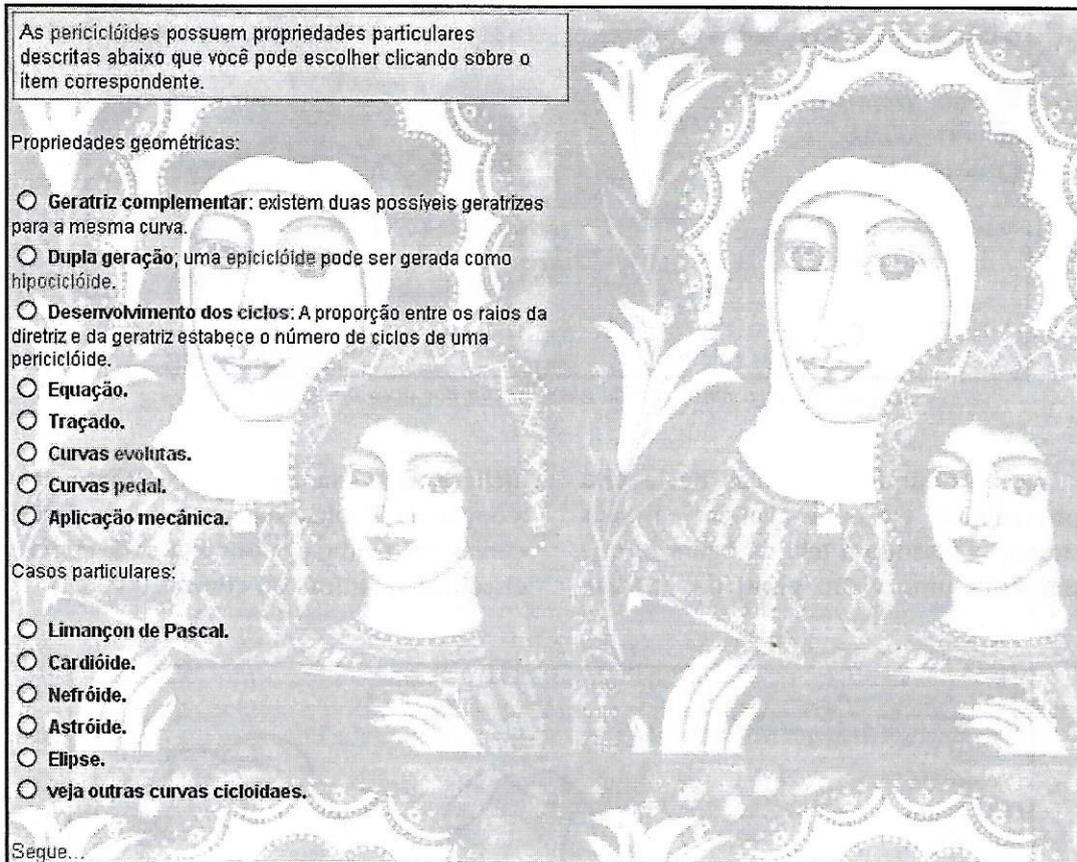


Figura 7: tela de opção de aprofundamento no estudo das periciclóides.

As geratrizes complementares de uma hipociclóide podem ser analisadas através de tela específica. A animação da figura dinâmica demonstra a hipociclóide obtida como lugar geométrico do ponto gerador situado em duas possíveis diretrizes.

A figura 8 mostra como são apresentadas as telas descritivas de

construção passo a passo de uma curva com régua e compasso, desenvolvidas com o "Cabri Géomètre II". Nestas telas, além do acesso à reconstrução, o aluno pode mover pontos da figura e visualizar a generalização do processo construtivo, válido para as curvas alongadas, encurtadas ou perfeitas.

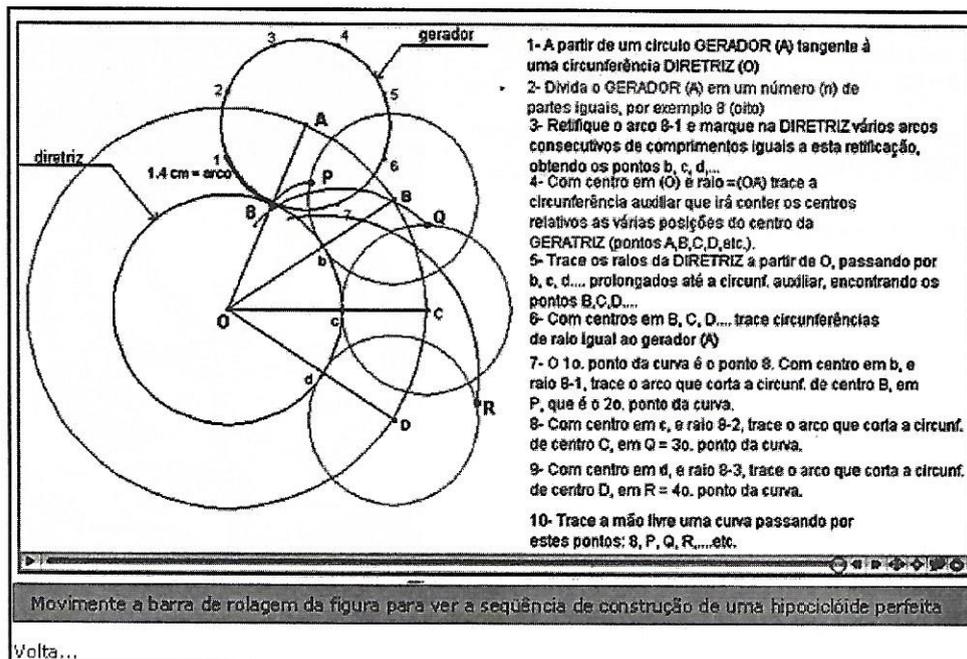


Figura 8: exemplo de construção de uma periciclóide (epiciclóide) utilizando régua e compasso.

A figura 9 exemplifica a obtenção da curva pedal de uma periciclóide em relação ao centro da curva, através de animação que

traça a curva por pontos. Dúvidas sobre a definição de curva pedal podem ser esclarecidas através de link ("hot-words").

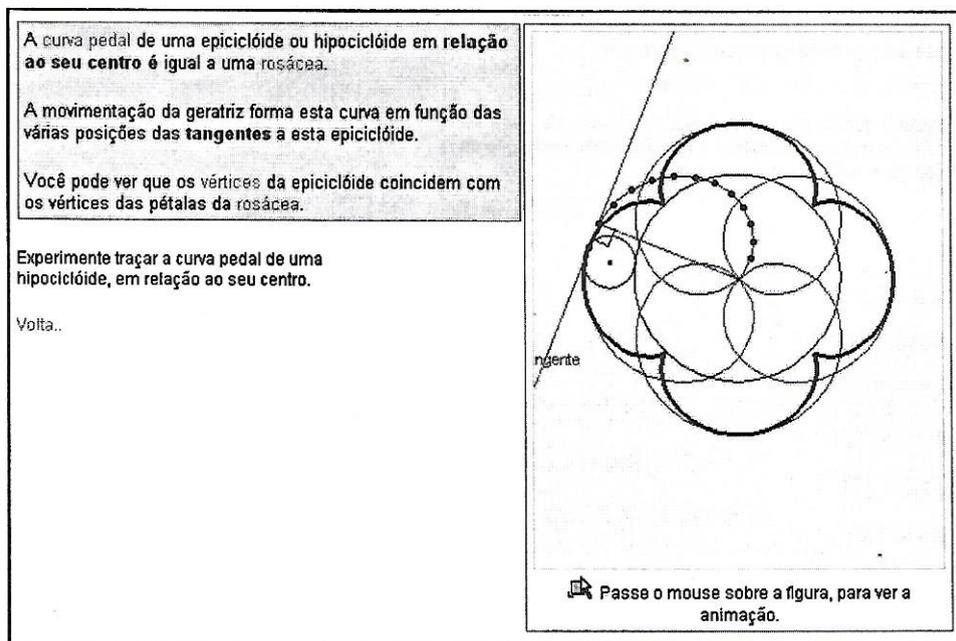


Figura 9: tela de demonstração da curva pedal das periciclóides.

Nesta parte da obra de Vera Sabino, você pode ver uma curva em forma muito parecida com um coração.

Esta curva é um caso particular de uma curva denominada **Limançon de Pascal**.

 Passe o mouse sobre a figura para ver a curva.

Segue...



Figura 10: tela de aplicação análoga de uma limançon de Pascal.

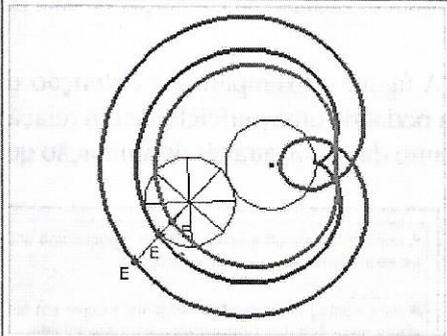
A limançon de Pascal perfeita é denominada de Cardióide - Nestas figuras você pode ver as duas formas possíveis de se obter esta curva.

Analise o movimento das figuras e escolha uma das alternativas.

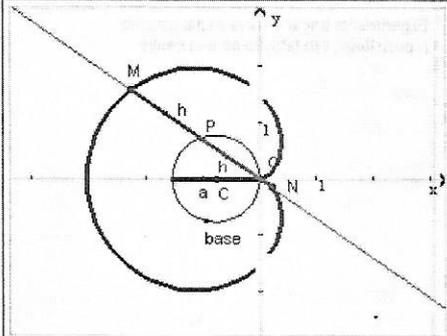
a **limançon de Pascal** pode ser uma epiciclóide de um ciclo, alongada, perfeita ou encurtada, em que:
 $R=r$.

Quando é gerada como conchóide do círculo, ela pode ser alongada ou encurtada, conforme a relação entre o intervalo da conchóide (**h**) e o diâmetro da base (**a**).

Segue...



 passe o mouse sobre a figura para ver a animação.



 passe o mouse sobre a figura para ver a animação.

Figura 11: tela de demonstração formas de geração de uma Limançon de Pascal.

Ao acessar o link Limançon de Pascal, o aluno contempla uma obra de arte que apresenta uma curva análoga a esta curva (figura 10) e na seqüência, obtém informação sobre a particularidade de esta curva ser gerada tanto como cíclica como conchóide (figura 11). Esta curva pode ser uma epiciclóide de um ciclo, quando os raios da Geratriz e Diretriz são iguais, e ser alongada ou encurtada dependendo da posição do ponto gerador em relação à geratriz. Ao mesmo tempo pode ser uma conchóide do círculo de intervalo igual ao diâmetro da curva de base.

A tela apresentada na figura 10, é ponto de ligação entre o módulo curvas cíclicas e o módulo conchoidaes, no ambiente desenvolvido, o estudo das conchoides também culmina com a apresentação das duas formas de obtenção da Limançon de Pascal.

5. Conclusão

Este ambiente hipermídia, enriquecido com analogias e abstrações de curvas utilizadas nas obras de arte, incentiva a investigação do tema tornando o aprendizado das curvas cíclicas mais agradável e consistente. O uso destas novas ferramentas computacionais permite explorar o conteúdo de forma mais adequada, pois as animações e figuras interativas facilitam a visualização e generalização de conceitos transformados em conhecimento.

A exploração natural, é facilitada por ligações estruturadas de forma lógica e simplificada e a navegação dirigida, induz o aluno ao reconhecimento das formas de geração e a representação de formas geométricas curvas.

A interatividade ampliada pela utilização de softwares de geometria dinâmica facilita a visualização e análise das curvas cíclicas, através da manipulação

de elementos de geração, levando ao reconhecimento de generalização de processos e propriedades particulares de uma curva ou grupo de curvas em diversos níveis de aprendizagem. Aliada à adequação da teoria educacional as situações particulares de estudo, a exploração da capacidade cognitiva do aluno é potencializada, efetivando o aprendizado.

Bibliografia

ALESSI, Stephen M., TROLLIP, Stanley R. – **Multimedia for learning: methods and development**. 3rd ed. Allyn & Bacon-Apearson Education Company, Needham Heights, Massachusetts, 2001 p.155-165

BELLONI, Maria Luiza. **Educação à distância**. Campinas, Ed. Autores Associados, 1999.

CARVALHO, Benjamin de A. **Desenho Geométrico**. 5ª.Ed, Rio de Janeiro, Ao Livro Técnico S.A, 1969

FETISSOV, A. I. **A Demonstração em Geometria**. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994. Coleção Matemática: Aprendendo e Ensinando.

Heinich, Robert, Molenda, Michael, Russel James D. Smaldino, Sharon E. – **Instructional Media and Technologies for Learning**. 6th ed. Prentice-Hall, Inc. Simon & Schuster / A Viacom Company – Upper Saddle River, New Jersey 07458 – USA, 1999.

LÉVY, Pierre. **As tecnologias da Inteligência**. O Futuro do Pensamento na Era da Informática. Ed. 34. São Paulo, 1993.

MARKUCHEVITCH, A. I., **Curvas Notáveis**. Tradução de Robinson Moreira Tenório. São

Paulo, Atual 1995 (Coleção Matemática: Aprendendo e Ensinando).

RANGEL, Alcyr P. – **Curvas**. Rio de Janeiro, 1974.

RODRIGUES, ALVARO J. **Geometria Descritiva**. Curvas e Superfícies. V2, Rio de Janeiro, Imprensa Nacional — 1945.

ULBRICHT, Vânia R., BUGAY, Edson L. **Hipermídia**. Ed. Visual Books, Florianópolis, 2000.