



## FRACTAIS EM PROJETOS GRÁFICOS: INOVAÇÃO DE IMAGEM E FORMA

Ricardo Mendonça Rinaldi<sup>1</sup>

Marizilda dos Santos Menezes<sup>2</sup>

### Resumo

Fractais são formas geométricas, de maior ou menor complexidade, que se repetem iterativamente em escala decrescente de desenvolvimento. A pesquisa apresentada teve como objetivo a investigação do uso do AutoCAD para a composição de imagens de fractais. Utilizando-se ferramentas disponíveis no AutoCAD foi possível experimentar vários procedimentos. O trabalho teve como referência algumas construções já existentes como a Curva de Koch, o triângulo de Sierpinski e o fractal pentagonal de Dürer. Empregou-se ainda a construção de rotinas em AutoLISP, que permitiram a geração de novas estruturas. Os desenhos gerados servirão de base para projetos de design, podendo ser aplicados em produtos cerâmicos, têxteis e papelaria.

Palavras-chave: Geometria fractal e AutoCAD; Design gráfico e fractais; Fractal e programação visual.

### Abstract

Fractals are geometric shapes of larger or smaller complexity, which are repeated in a decreasing scale of length. This research aimed at investigating the use of AutoCAD software to compose fractal images. By using the tools available on AutoCAD, it was possible to try several procedures. This research was based on some existing constructions, such as the Koch curve, the Sierpinski triangle and Dürer's fractal pentagon. The new shapes generated were also obtained by constructing routines developed in AutoLISP, which allowed the generation of new figures. The drawings can be used for design projects and also be applied to ceramics, textile and stationery items.

**Keywords:** Fractal geometry and autoCAD; Graphic design and fractals; Fractal and visual programming.

---

<sup>1</sup> Designer Gráfico; Mestrando em Desenho Industrial pela Universidade Estadual Paulista; ricardomrinaldi@ig.com.br.

<sup>2</sup> Professora assistente doutora da Universidade Estadual Paulista; zilmenezes@uol.com.br

## 1. Os Fractais

O entendimento sobre a geometria é antigo. Ela foi criada para melhor compreender a natureza e o espaço em que vivemos. Com seu auxílio, muitas maneiras de representações puderam ser difundidas e sua aplicação foi propagada em diversas áreas do conhecimento como a matemática, física e química.

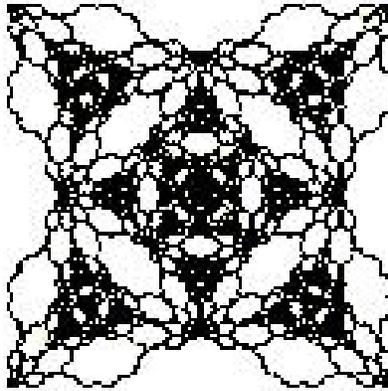
A Geometria Euclidiana, que descreve entre outras formas os triângulos, círculos e cones, é capaz de solucionar problemas relacionados ao desenho e às obtenções de formas existentes. No entanto, a constituição do mundo, das estruturas naturais em sua totalidade, possui formas determinadas pela irregularidade e fragmentação. O desenho de rochas, plantas, nuvens, rios e montanhas admite uma geometria diferente da clássica Geometria Euclidiana.

Como é possível, então, representar as saliências e imperfeições que estão presentes nas formas encontradas na natureza? A Geometria Fractal pode demonstrar e fazer aproximações desses formatos. A ciência dos fractais apresenta estruturas geométricas de grande complexidade e beleza infinita, ligadas às formas da natureza, ao desenvolvimento da vida e à própria compreensão do universo. São imagens de objetos abstratos que possuem o caráter de onipresença por terem as características do todo infinitamente multiplicadas dentro de cada parte, escapando assim da compreensão em sua totalidade pela mente humana.

Nos últimos anos, diferentes definições de fractais têm surgido. No entanto, a noção que serviu de fio condutor a todas as definições foi introduzida em 1967 por um matemático polonês chamado Benoît Mandelbrot por meio do neologismo "Fractal", que surgiu do latino *fractus*, que significa irregular ou quebrado. O verbo em latim correspondente *frangere* significa quebrar: criar fragmentos irregulares. Além de expressar quebrado ou partido, *fractus* também significa irregular.

Segundo Mandelbrot (2004), os fractais são formas geométricas abstratas de grande beleza com padrões complexos que se repetem infinitamente, mesmo limitados a uma área finita. Constatou ainda que todas estas formas e padrões possuíssem algumas características comuns e que havia uma curiosa e interessante relação entre estes objetos e aqueles encontrados na natureza.

Encontramos em Menezes (2003) a constatação de que existem dois tipos de fractais: os geométricos (determinísticos) e os não não-lineares (ou aleatórios). Os geométricos repetem padrões continuamente. Os fractais não lineares, ou aleatórios, guardam a simetria de escala, mas a transformação não é previsível. São, em geral, construídos em computadores. Os fractais são resultados de funções simples ou complexas e suas características principais são a Auto-Semelhança (ou Auto-Afinidade), Dimensionalidade Fracionária e a Complexidade Infinita. Sua construção é baseada em iteração dos elementos, rotacionando-os, refletindo-os ou dilatando-os. A Figura 1 é um típico exemplo de fractal.



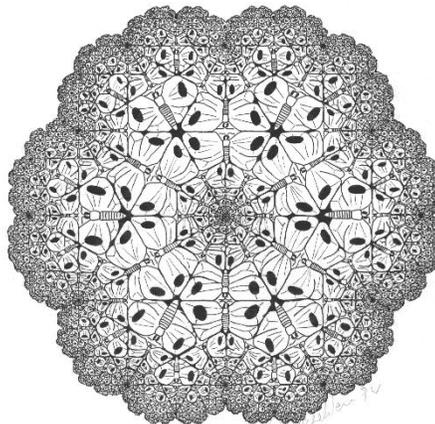
fonte: Concast, 2004

Figura 1.:Fractal.

Os fractais ditos geométricos ou determinísticos são gerados a partir de reproduções exatas de si mesmo em menor escala. Apesar de suas características especiais, os objetos fractais determinísticos não permitem descrever inteira ou adequadamente as formas existentes na natureza. Os elementos naturais raramente exibem auto-semelhança exata, contudo quase sempre apresentam a chamada auto-semelhança estatística, em relação à qual se aplicam globalmente os mesmos conceitos e definições. Esta nova classe recebeu a denominação de fractais não-determinísticos ou aleatórios e diferem dos anteriores por incluir certo grau de aleatoriedade no cálculo dos novos pontos. A Figura 2 exibe, respectivamente, a representação de um fractal aleatório e um fractal determinístico.



Fonte: Biloti (2004)



Fonte: Mandelbrot (2004).

Figura 2.: Fractal Aleatório e Fractal Determinístico

Uma propriedade bem diferente dos fractais é que eles não possuem dimensão inteira, reconhece Biloti (2004). Por exemplo, a curva de Koch é uma linha, portanto pode-se pensar que tem dimensão 1, mas ao mesmo tempo é infinita, estando em uma região finita do plano, deduzindo que sua dimensão é 2. Na verdade, a dimensão é algo entre 1 e 2. Essa poderia ser outra maneira de definir fractais. Se o objeto tem dimensão não inteira, então ele é um fractal.

A geometria criada por Mandelbrot descreve muito dos padrões irregulares e fragmentados que se encontram em nosso entorno. Indica o

caminho para teorias absolutamente novas, pela identificação de uma família de formas denominadas de Fractais. Esta geometria, que possui excelentes figuras em termos gráficos, ainda é pouco ou não explorada nos cursos superiores de Design.

Para Barbosa (2002), em particular, os fractais revolucionaram a geração e reprodução de imagens. Ele entende que tentar representar as formas da natureza, empregando formas usuais da clássica geometria euclidiana, seria inadequado. A geometria dos fractais pode fornecer aproximações para essas formas.

A representação das formas é um dos objetos de estudo do Programador Visual, é necessário cada vez mais, recorrer a novas fontes de geração de imagens para se obter uma melhor comunicação. Desta maneira, o programa AutoCAD, muito utilizado para representação gráfica, teve seus comandos examinados para, por meio deles, experimentar a criação de estruturas fractais. A pesquisa foi dirigida nesse sentido, ao propor o uso do programa citado para compor novas imagens que dele ainda não foram extraídas.

## 2. Métodos de criação

Existem vários procedimentos para a criação de estruturas fractais. Nesta pesquisa foram empregados dois métodos construtivos. No primeiro, que tem como base construções já existentes, utilizam-se o núcleo gráfico do AutoCAD e seus comandos. Tomou-se como referência a Curva de Koch, as remoções que criam o triângulo de Sierpinsky ou o fractal pentagonal de Dürer, exibidos na Figura 3. No segundo método foram empregadas rotinas em AutoLISP, software integrante do AutoCAD, elaboradas especialmente para esta pesquisa.

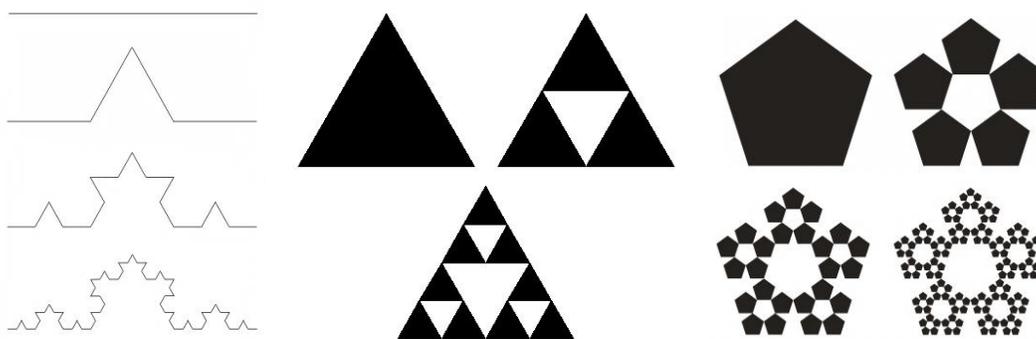


Figura 3.: Curva de Koch, Triângulo de Sierpinski e Fractal Pentagonal de Dürer.

Os recursos computacionais são grandes aliados para a obtenção de novas estruturas gráficas fractais. *Softwares* educacionais ou voltados para a educação como o Geometricricks, Cabri-geómètre II e Nfract são comumente utilizados. Na atualidade, existem vários *softwares* CAD (*Computer Aided Design*) que auxiliam em diferentes projetos não apenas em recursos de desenhos 2D (duas dimensões) e modeladores 3D (três dimensões), mas também com programas que o integram. Entre esses

*softwares*, o AutoCAD destaca-se por atender à grande maioria de usuários CAD e possuir capacidade de recursos para a realização de projetos que necessitem de precisão.

O programa é comercializado pela Autodesk do Brasil Ltda e precisa de um ambiente operacional composto por uma unidade de processamento central, um monitor de vídeo colorido, um dispositivo de entrada gráfica e um dispositivo de saída gráfica.

O AutoCAD é um software que está em contínua evolução, possui arquitetura aberta e permite a expansão e adequação de seus recursos nativos às necessidades do usuário, comenta Matsumoto (2002). O programa é provido de uma grande quantidade de ferramentas, capazes de promover rotações, espelhamentos, cortes, quebras, reduções e ampliações, cópias de formatos desenhados no programa e outras funções destinadas à obtenção de formas.

Assim sendo, na primeira fase da pesquisa, após adquirir aptidão sobre o programa, iniciou-se a criação de estruturas fractais. Foram elaborados vários desenhos, alguns gerados por módulos, outros por remoções, pela modificação de seus limites (fronteira) e fractais tipo árvores.

Numa segunda fase construíram-se formas fractais com o recurso de rotinas escritas em AutoLISP, que são pequenos programas desenvolvidos em linguagem LISP com a finalidade de executar comandos via AutoCAD com maior rapidez e adequando o programa às necessidades do usuário.

### 3. Novas formas

Os fractais gerados no programa AutoCAD demonstraram-se determinísticos. Foram gerados tendo como base reproduções exatas de si mesmo. Essas reproduções sofreram alterações em sua escala, tanto de ampliação como de redução.

A Figura 4 representa uma estrutura fractal. A partir de um módulo padrão foi criado um triângulo equilátero. Este, dividido em quatro triângulos equiláteros pelos segmentos dos pontos médios. Triângulos isósceles foram traçados, apoiados nas arestas dos triângulos equiláteros. Obteve-se o iniciador-gerador.

Para compor a imagem, foram utilizadas ferramentas como a *polyline*, *mirror* e *rotate*. Também foram empregados outros recursos como retas perpendiculares e pontos médios.

Uma outra forma de criação de fractais é por remoção. Ao se considerar uma figura, esta é dividida e algumas de suas partes são extraídas. O resultante da divisão e das extrações é utilizado para compor o fractal.

A Figura 5 mostra o processo. Após se desenhar um quadrado, este foi dividido em nove partes iguais. Algumas de suas partes foram removidas. A peça originada no processo serviu para compor o fractal: a parte geradora foi colocada nos sete quadrados restantes, resultando em 49 novos quadrados.

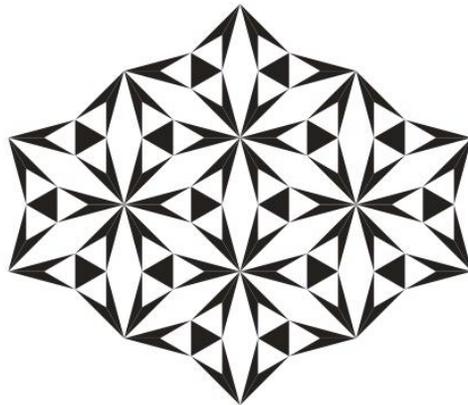


Figura 4.:Módulo padrão espelhado e rotacionado.

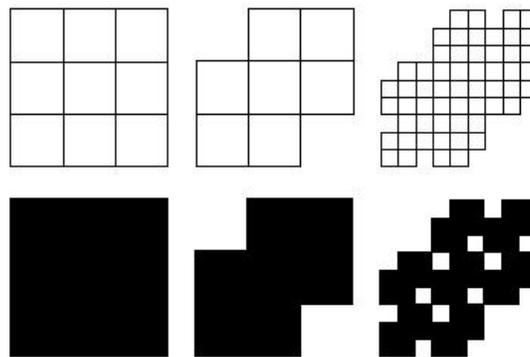


Figura 5.:Fractal por remoção.

Outro exemplo de obtenção de fractais pela ferramenta AutoCAD, são os fractais construídos por pentágonos, hexágonos ou octógonos. Ao se construir um hexágono regular, este poderá ser a base para a construção de outros seis hexágonos regulares, conforme se pode observar na Figura 6. Resultando em um hexágono estrelado, os triângulos que surgem entre eles são retirados. As iterações são sucessivas, tomando-se como base o nível anterior representado.

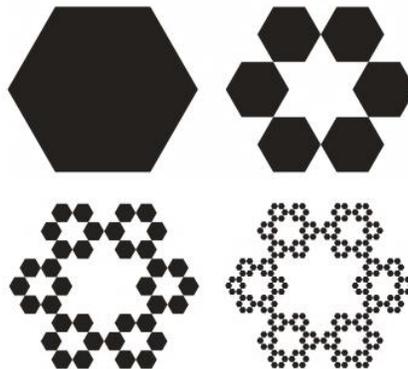


Figura 6.:Fractal hexagonal.

A definição anterior serviu para a criação de estrelados octogonais e pentagonais. Ferramentas de espelhamento e redução foram empregadas. O hexágono foi criado com o comando polygon, indicando o número de lados e tamanho do raio.

Podem-se compor no programa imagens de fractais do tipo árvore. Elas são criadas tendo como base triângulos. Em um primeiro momento utilizou-se o triângulo retângulo fundamental, com lados na proporção 3, 4 e 5. Sobre seus dois catetos e sobre a sua hipotenusa foram construídos quadrados, utilizando a ferramenta polyline e indicando suas medidas.

Após a construção de uma base, é possível desenvolver o desenho. Vale lembrar que, ao se promover a iteração, cada cateto irá se transformar em hipotenusa. As escalas devem ser proporcionais às medidas pitagóricas, ou seja, aos números 3, 4 e 5. A Figura 7 exemplifica este caso.

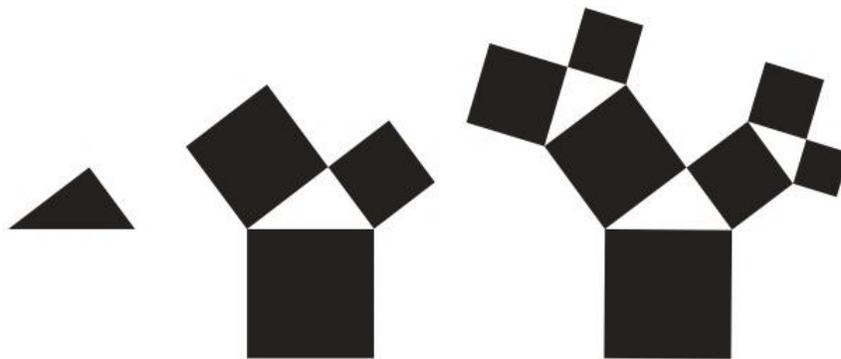


Figura 7.:Fractal tipo árvore, auxílio do triângulo retângulo.

Os fractais gerados pela fronteira são espelhados no "flocos de neve" que resulta da Curva de Koch. Na Figura 8, os lados do quadrado foram divididos em partes iguais. No centro do segmento de reta surgiu um "dente" e iniciou-se a iteração.

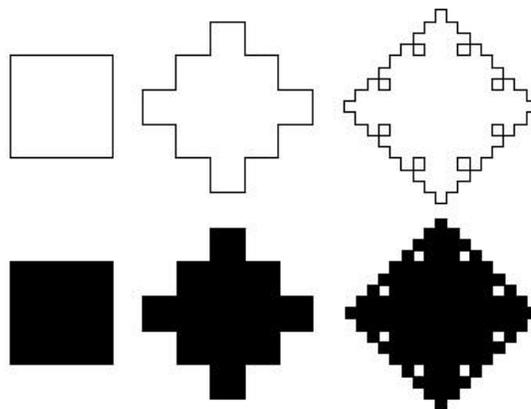


Figura 8.:Fractal pela fronteira.

Como ilustra a Figura 9, é possível o desenvolvimento de novas

imagens via AutoCAD capazes de representar, com maior grau de detalhes, estrelas, cristais, movimentos de dilatação, estruturas minúsculas, como a representação de grãos de açúcar ou flocos de gelo.

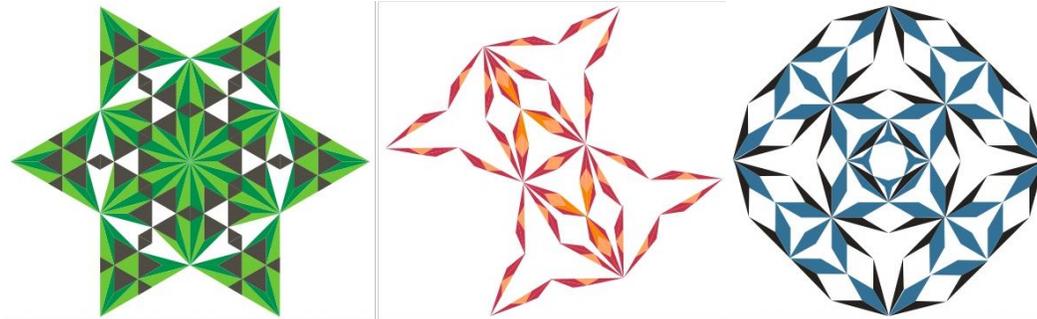


Figura 9.: Fractais gerados em AutoCAD.

Algumas das possibilidades de programação do AutoCAD são oferecidas pela linguagem de programação chamada AutoLISP e da criação de rotinas – linguagem de programação em forma de listas. O AutoLISP permite que se criem novos comandos ou mesmo rotinas, dentro do AutoCAD, de forma relativamente fácil, embora trabalhosa. Isto possibilita a adequação do programa às necessidades do usuário, já que a princípio o AutoCAD foi projetado para desenhos com base geométrica euclidiana e atualmente é usado para os mais diversos tipos de projeto.

Com um estudo sistemático da linguagem AutoLISP foi possível a elaboração de algumas rotinas. Elas auxiliaram na criação e obtenção de estruturas fractais, pois permitem personalizar o processo de desenho. Os desenhos, realizados no AutoCAD, começam a ser traçados com uma figura base, depois esta entidade passa por alterações com o auxílio das rotinas produzidas. Ora as figuras sofrem redução de escala, ora são copiadas e giradas, por exemplo. Tudo dependerá da forma que se está buscando.

A Figura 10 mostra, do lado esquerdo, o traçado do desenho e do lado oposto, o desenho colorido com o auxílio do menu *Draw* do AutoCAD. Quando constrói essas formas, o usuário pode optar por usar rotinas que copiam, alteram escala, promovem a rotação da figura ou ativar outro comando do qual ele esteja precisando de acordo com seu planejamento.

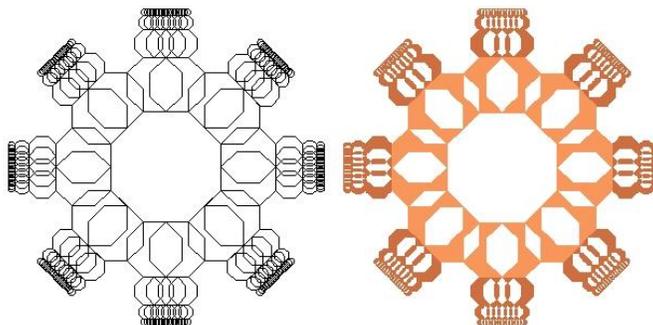


Figura 10.: Fractal octogonal.

As rotinas puderam ser utilizadas para promover o desenho de fractais com múltiplas iterações em sua forma de origem, conforme Figura 11.

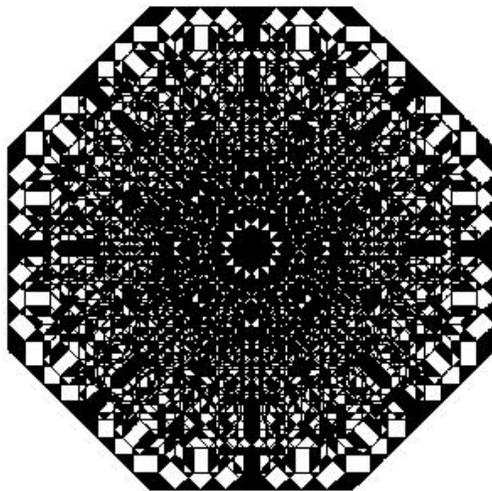


Figura 11.: Fractais com inúmeras iterações.

#### 4. Discutindo as novas formas

O programa AutoCAD demonstrou que é possível criar estruturas inovadoras que diferem da tradicional geometria euclidiana já na primeira fase da pesquisa. Os desenhos gerados possuem formas geométricas convencionais, mas a sua beleza está em sua totalidade. A diferença está no momento em que uma estrutura padrão é espelhada, rotacionada ou diminuída. É essa interação a que as formas são submetidas que faz toda a diferença. O desenho é criado para ser visto como um todo, observando que cada parte é semelhante ao restante da representação.

Os desenhos gerados por módulos padrões, que diferem de mosaicos por terem algumas partes removidas, foram os que apresentaram maior grau de beleza. Assim como esse processo, os fractais nos quais apenas se utilizou de remoção a partir de um formato dividido, como o quadrado dividido em nove partes e que gerou outras 49 partes, também foram os que apresentaram melhores resultados em suas exibições.

Fractais do tipo Dürer, que são compostos por pentágonos, hexágonos e octógonos, apresentaram-se muito limitados. Suas iterações parecem não permitir uma interferência maior, ficando restringidos a uma área com o formato da figura geradora.

As árvores de fractais foram capazes de exibir, em alguns desenhos, formas bastante orgânica. Mas para se obter esse resultado são necessárias muitas iterações da estrutura inicial. O uso de triângulos isósceles e equiláteros para a composição das imagens demonstrou-se eficiente ao se comparar com o triângulo retângulo pitagórico fundamental.

Após a composição de imagens de fractais fazendo o uso das ferramentas estabelecidas no AutoCAD, teve início o aprendizado da linguagem AutoLISP. Desenhar as estruturas com suas ferramentas

mostrou-se bem satisfatório, mas o intuito era de realizar os desenhos fazendo uso da linguagem base do programa.

Desenvolver rotinas requer conhecimentos técnicos e habilidades próprias para a compilação de caracteres que devem ser inseridos para o correto funcionamento do programa. Para utilizar o editor Visual LISP o usuário precisa estar familiarizado com os recursos de suas linguagens e também com a escrita específica de seus comandos. Uma vez que o usuário não esteja totalmente ciente da linguagem a ser desenvolvida, seu trabalho se tornará árduo. No entanto, as correções serão possíveis se o indivíduo também souber operar corretamente as ferramentas de depuração, edição e finalização desses comandos.

Dominar uma outra linguagem é um exercício constante. Por esta razão, as rotinas desenvolvidas não foram criadas no ambiente do Visual LISP. Elas foram escritas no *Notepad* e salvas em uma extensão que pode ser lida por este editor. Fazer uso do ambiente do Visual LISP exige muito domínio de sua linguagem e de suas ferramentas de correção.

Diversas são as funções atribuídas aos comandos e seus códigos, alguns podem parecer indecifráveis. Porém, foram construídas algumas rotinas. São programas que irão auxiliar na construção de estruturas de fractais.

O estudo da linguagem de programação em AutoLISP foi novidade. A linguagem apresenta, como toda linguagem, seus estranhamentos e particularidades. Mas, com a obtenção de alguns conceitos e leituras de manuais de uso, foi possível traçar rotinas que possibilitaram a criação de imagens bidimensionais com conceitos de geometria fractal.

Com as rotinas traçadas e experimentadas, as imagens foram surgindo e puderam ser aplicadas em projetos de Design. O programa AutoCAD mostrou-se um novo aliado para a composição dessa geometria que ainda traz grande fascínio para muitos estudantes.

Um trabalho parece nunca ser concluído quando se busca sua melhoria. Esta pesquisa poderá ser expandida. O *software* AutoCAD, muito utilizado para desenhos técnicos e projetos de alta precisão, foi manipulado com a finalidade de extrair dele desenhos com características de fractais. Foi um grande aprendizado conhecer e traçar novos modos de representação para uma geometria tão pouco conhecida e estudada nos cursos de Desenho Industrial.

A pesquisa focou no estudo da forma, da geração, estruturação e organização espacial que permite a geometria fractal. Muitos caminhos foram vivenciados através da utilização do programa e da manipulação da linguagem AutoLISP.

Além do estudo da geometria, outro ponto importante foi o estudo de linguagem computacional. As investigações resultaram em configurações baseadas nos princípios da geometria fractal.

## 5. Conclusão

O design, como ciência social aplicada, é capaz de se expandir por várias vertentes e manifestações sociais. Todos os dias, uma variedade de

projetos é idealizada por diferentes designers ao redor do mundo. Produtos são desenhados para tornar-se mais atrativo, melhorar seu uso junto ao usuário e produzir ajustes para atender as necessidades da sociedade.

Tanto o setor que trabalha no desenvolvimento de produtos bidimensionais quanto o que se ocupa dos tridimensionais buscam aplicações e novidades constantes. Depois que a tecnologia foi disseminada, o que chama a atenção é o design. É o projeto que foi pensado, desenvolvido e aplicado.

Com as mudanças econômicas ocorridas nas últimas décadas, a abertura de mercado fez com que a cada dia as empresas se interessassem mais pela melhoria e competitividade de seus produtos. Essas transformações atendem desde a imagem que compõe a empresa ao desenvolvimento do que se é produzido por ela.

A área de Programação Visual é uma das responsáveis pelas modificações ocorridas ao longo do tempo. Não basta desenvolver novos materiais para a aplicação na indústria, é preciso também definir a comunicação existente entre a empresa, o produto e o consumidor.

A representação gráfica, uma das bases da Programação Visual, encontra um novo modo de se comunicar geometricamente através de estruturas fractais. Essa geometria é capaz de exibir desenhos únicos e emprestar suas características para serem inseridas em projetos gráficos e no design de superfícies.

Os fractais podem fazer parte de projetos que envolvam tecnologia digital. Muitos artistas e designers já utilizam fractais para criarem fundos ou valorizar áreas de sites ou CD-ROM. As mídias digitais são exemplos de suporte.

A área gráfica, com sua variedade de produtos, tem grandes alternativas a serem exploradas. Capas de livros, papéis de embrulho, embalagens, pastas para documentos, produtos descartáveis como pratos, copos e guardanapos podem ganhar destaques com desenhos de fractais. Cartões comemorativos e materiais escolares também poderão ser valorizados com esses desenhos.

Uma outra área onde os fractais podem ser utilizados é no Design de Superfície. Este novo conceito, ainda pouco conhecido no Brasil, tenta abranger tudo o que envolva a criação de imagens bidimensionais, que sejam projetadas para o uso industrial, a fim de serem aplicadas a superfícies de revestimento. Ainda há poucas definições sobre o tema, mas este conceito faz relação direta com projetos que envolvam tecelagem, papeleria, cerâmica e materiais sintéticos.

Neste trabalho, as estruturas criadas e apresentadas não permitiram descrever inteiramente ou de maneira adequada as formas existentes na natureza devido às características do *software*. Os fractais adquiriram caráter geométrico, também conhecido como determinístico.

Os fractais aleatórios não puderam ser gerados, pois seus padrões não se repetem com exatidão, mas mantêm o mesmo aspecto global, em qualquer grau de detalhe, ou escala em que a forma for observada.

A maioria dos fractais compostos apresentou simetria. Essa característica deve-se ao fator geométrico da suas estruturas.

Os desenhos produzidos podem adquirir formatos diversos, pois dependem da criatividade do usuário do software. As imagens produzidas com recursos do AutoCAD servirão de base para projetos de design, podendo ser aplicadas em projetos gráficos e design de superfície, tais como produtos cerâmicos, têxteis e papelaria.

A geometria Fractal ainda se apresenta limitada na condição matemática, servindo como base e referência para a solução de problemas. Todavia, nesta pesquisa, os fractais foram analisados com relação às imagens resultantes, a um processo lógico e criativo de formação de estruturas únicas.

## 6. Referências

- [1] BARBOSA, RUY MADSEN. **Descobrimdo a geometria fractal – para a sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.
- [2] BILOT, RICARDO. Breve introdução teórica. In: **Fractais**, 2004. Disponível em: <<http://www.mat.ufpr.br/~bilot/index.html>>. Acesso em: 10 maio 2004.
- [3] FATHAUER, ROBERT. Tilings. In: **Encyclopedia of fractal tilings**, 2004. Disponível em: <<http://members.cox.net/fractalenc/encyclopedia.html>>. Acesso em: 14 set. 2004.
- [4] FRAME, Michael; MANDELBROT, Benoit; NEGER, Nial. Introduction to Fractals. In: **Fractal geometry**, 2004. Disponível em: <<http://www.classes.yale.edu/99-00/math190a/>>. Acesso em: 08 dez. 2004.
- [5] MATSUMOTO, ÉLIA YATHIE. **AUTOLISP 2002 – Linguagem de programação do autoCAD**. São Paulo: Érica, 2002.
- [6] MENEZES, M. S.; CUNHA JR, H. A. Formas geométricas e estruturas fractais na cultura africana e afrodescendentes In: **DE PRETO A AFRODESCENDENTE: trajetos de pesquisa sobre o negro, cultura negra e relações étnico-raciais no Brasil**. Ed. São Carlos: EduFSCar Editora da Universidade Federal de São Carlos, 2003, p. 307-320.
- [7] MENEZES, M. S.; CUNHA JR, H. **Geometria Fractal: o encontro entre o tradicional e o novo na cultura africana e afrodescendente** In: GRAPHICA 2003 - Percepção, Representação e Ação sobre o Mundo; XVI Simpósio Nacional de Geometria Descritiva e Desenho Técnico; V International Conference on Graphics engineering for Arts and Design, Graphica 2003. Santa Cruz do Sul: Universidade de Santa Cruz do Sul, 2003.
- [8] MILLAR, Jim. How to Make Designs. In: **Fractal designs from substitution tilings using pattern blocks**, 2004. Disponível em: <<http://www.home.comcast.net/~patternblock>>. Acesso em: 15 out. 2004.
- [9] SABINI, PAULO ROGÉRIO. O que é Geometria Fractal? In: **Fractais na sala de aula**, 2004. Disponível em: <<http://www.ime.uerj.br/~progerio>>. Acesso em: 10 maio 2004.

- [10] SILVA, Jaime C. Instruções Gerais. In: **Fractal - Manual**, 2005. Disponível em: <<http://www.nautilus.fis.uc.pt/softtc/programas/manuais/fractais/manual.htm>>. Acesso em: 26 mar. 2005.
- [11] SIQUEIRA, Rodrigo. Fractais. In: **Fractais - arte e ciência**, 2005. Disponível em: <<http://www.insite.com.br/rodrigo/misc/fractal>>. Acesso em: 24 mar. 2005.